

Student Erik Nicholas Alnæs
Student Roger Grøndahl

Klarering av spotmarkedet for elektrisk kraft

- En blandet lineær heltallsmodell

Trondheim, 15.12.2011

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunnsvitenskap og teknologiledelse
Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse

Forord

Denne oppgaven ble skrevet høsten 2011 som et fordypningsprosjekt innen hovedprofilen *Anvendt økonomi og optimering* ved Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse på Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet NTNU.

Vi ønsker å takke vår veileder professor Stein-Erik Fleten for verdifull veiledning gjennom arbeidet med oppgaven. Vi vil også takke førsteamanuensis Henrik Andersson for bistand i forbindelse med design av programmert modell. Videre ønsker vi å takke Hans Ravn for tips og faglig ekspertise gjennom forarbeidet.

Til sist vil vi rette en takk til et utvalg kraftprodusenter og -leverandører som har bidratt med buddata, men som ønsker å forbli anonyme. Denne dataen har riktignok ikke blitt brukt direkte i våre datasett i denne omgang, men har like fullt vært til inspirasjon.

NTNU Trondheim, 15. Desember 2011

Erik Nicholas Alnæs

Roger Grøndahl

Sammendrag

Den kanskje viktigste delen av Europeisk krafthandel foregår i dag gjennom auksjoner som holdes en gang dagen før fysisk produksjon og forbruk. Deltagerne i auksjonen har anledning til å legge inn flere varianter av bud, og målet med auksjonen er å bestemme enhetsprisen på elektrisitet og flyt på markedets ulike overføringslinjer. Med dette forsøker auksjonen å maksimere overskuddet til alle deltagere i auksjonen. Det kombinatoriske aspektet i problemet, introdusert av såkalte blokkbud, gjør dette til et vanskelig og tidkrevende problem. Videre gjør flaskehalsen på overføringslinjene, et resultat av overføringsbegrensninger mellom markedene, at det potensielt tas i bruk forskjellige priser i markedene for å oppnå et effektivt auksjonsutfall. Denne oppgaven presenterer to relaterte modeller for å maksimere overskuddet generert i denne markedsklaringsauksjonen, gitt overføringsbegrensninger mellom områder og en total likevekt mellom tilbud og etterspørsel. Oppgaven inkluderer en fullstendig matematisk formulering av modellen samt programkode for å løse det blandede lineære heltallsproblemet.

Innholdsfortegnelse

1	Introduksjon.....	1
2	Engrosmarkedet for elektrisitet.....	2
2.1	Elektrisitet som handelsvare.....	2
2.2	Markedsklarering av spotmarkeder.....	3
2.2.1	Markedsklareringsproblemet.....	3
2.2.2	Varianter av bud.....	5
2.2.3	Lineær prising og paradoksalt avviste blokkbud.....	6
2.2.4	Områder og markedskobling.....	7
2.2.5	Rasjonerings.....	9
3	Relatert arbeid.....	10
3.1	Spotmarkedet som del av engrosmarkedet.....	10
3.2	Design og klarering av spotmarkedet.....	12
4	Modeller for klarering av spotmarkeder.....	14
4.1	Markedsklarering systempris.....	15
4.1.1	Notasjon.....	15
4.1.2	Objektivfunksjon og restriksjoner.....	17
4.2	Markedskobling med områdepriser.....	18
4.2.1	Notasjon.....	18
4.2.2	Objektivfunksjon og restriksjoner.....	20
5	Implementering og testkjøring av modellene.....	22
5.1	Implementering av modellen.....	22
5.2	Konstruksjon av datasett.....	22
5.3	Resultater.....	24
5.3.1	Validering av modellene.....	25
5.3.2	Kjøretid for markedskobling.....	26
5.3.3	Paradoksalt avviste blokker.....	27
6	Konklusjon.....	29
	Bibliografi.....	30

1 Introduksjon

Elektrisitet er blitt en absolutt nødvendighet for alle private husholdninger og næringsliv. Forbruk av elektrisk kraft har over de siste 20 årene gått fra å være en offentlig regulert tjeneste til en konkurranseutsatt handelsvare. Store deler av Europas omsatte elektrisitet handles i dag i spotmarkedet som klareres dagen før fysisk kraftutveksling. Dette spotmarkedet er i realiteten en auksjon der det bys på både tilbuds- og etterspørselsiden. Det omsatte beløpet utgjør store summer og en effektiv gjennomføring av auksjonen er derfor fundamentalt for å sikre størst mulig samfunnsøkonomisk gevinst.

I denne oppgaven bygges det en markedsklarerings- og markedskoblingsmodell som setter balansen og strømprisene i spotmarkedet for elektrisk energi. Modellene, for systempris og markedskobling, er *blandede lineært heltallsproblem* som løser problemet til optimalitet uten begrensninger på kjøretiden. Mulighetene og begrensningene ved en slik optimeringsmodell analyseres i oppgaven.

Motivasjonen for oppgaven ligger i potensialet for å ytterligere øke det samfunnsøkonomiske overskuddet som genereres gjennom krafthandelen. Forfatterne skjønner dette ikke er gjort i en håndvending, men ser like fullt den fremtidige verdien av å grave dypt innen temaet. Som det beskrives i litteraturoversikten er problemet tidligere blitt løst til optimalitet, men en ferdig konstruert modell muliggjør flere veier videre. Ikke bare for faktisk videreutvikling og forbedring av modellen, men også som potensielt analyseverktøy. For det er jo slik at selv om man etter gitte markedsregler kan løse en modell til optimalitet så er det ikke gitt at designen av disse reglene var optimal til å begynne med. Når det gjelder mulig videreutvikling av modellen så er heuristikker som raskt gir nær optimale løsninger en mulighet på kort sikt. På lengre sikt er også én mulighet å inkludere fysisk motstand og lastflyt i strømmettet for å redusere kostnader ved overføringstap og feil nettinvesteringer. Potensielle analyser modellen kan brukes mot er eksempelvis å se på samfunnsverdien av overføringslinjer, av inndelingen i prisområder eller av blokkbud som budvariant. Dette forutsetter dog at man får tilgang på realistisk data.

Et viktig bidrag fra denne oppgaven er den komplette matematiske formuleringen av en generell markedsklaringsmodell slik den også kan implementeres i en kommersiell optimeringsprogramvare. Oppgaven inkluderer vedlagt programkode til bruk i Mosel Xpress-IVE samt regneark som kan ta inn buddata fra en auksjon og omformate disse dataene til å kunne kjøres i modellen.

I første del av oppgaven gjøres det rede for de grunnleggende konsepter som er gjeldende for elektrisitet som handelsvare og hvilke prinsipper som er rådende for dagens europeiske handelsplattformer i spotmarkedet for elektrisitet. Dette bestemmer de faktorer som må tas hensyn til i markedsklareringen og dermed oppbygningen av modellen. Deretter beskrives relatert arbeid gjort tidligere, før modellen i sin helhet. Til sist presenteres resultater og analyser av utførte tester av den programmerte modellen. For å teste modellen benyttes konstruerte datasett basert på aggregerte bud fra det nordiske kraftmarkedet Nord Pool.

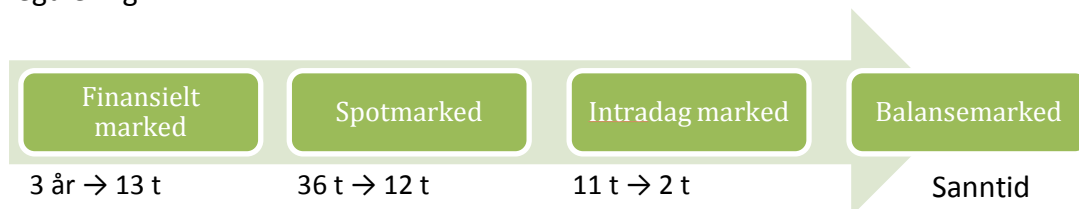
2 Engrosmarkedet for elektrisitet

I denne delen av oppgaven presenteres de grunnleggende konseptene som angår omsetning og flyt av elektrisitet. Det første delkapitlet beskriver hva som gjør at elektrisitet omsettes på en såpass spesiell måte fremfor andre handelsvarer samt markedene som er inkludert i dagens rådende engrosmarked for strøm. Delkapittel 2.2 utreder eksplisitt om spotmarkedet og elementene som inngår i klareringen av et slikt marked.

2.1 Elektrisitet som handelsvare

Elektrisk energi er en spesiell handelsvare. Det er en energibærer som ikke kan lagres på en økonomisk god måte etter den først er produsert. Følgelig må den forbrukes i samme øyeblikk den blir produsert. Dette krever momentan og kontinuerlig balanse mellom tilbud og etterspørsel. En annen egenskap er det faktum at det er umulig å fysisk spore hvor fra én enhet elektrisk energi har sin opprinnelse. Et tredje og siste viktig aspekt ved elektrisiteten er samfunnets avhengighet av den. Praktisk talt alle bedrifter, husholdninger og institusjoner i utviklede samfunn er kontinuerlige forbrukere av elektrisitet, og en eventuell utkobling vil føre til store samfunnsøkonomiske tap. Alle disse egenskapene har ført til at det over tid har blitt utviklet flere forskjellige designvarianter for å organisere omsetningen av elektrisitet. *Systemoperatøren* er blitt etablert som en monopolistisk offentlig enhet med ansvar for trygg og sikkert tilbud. Trenden i den vestlige utviklingen de siste 20 årene er at elektrisitet har gått fra å være en offentlig regulert tjeneste til å skulle være en handelsvare som omsettes fritt, dog kontrollert av i opptil flere konkurranseutsatte marked (Wangensteen, 2007).

Slik disse markedene er organisert finnes som regel et finansielt marked for forward- og futurekontrakter, og fysiske markeder for spotkontrakter, bilaterale kjøpsavtaler, intradaghandel og balanseregulering (Wangensteen, 2007). Den koordinerte kronologiske sekvensen av disse er vist i Figur 1, med talleksempel fra det norske markedet per 1.1.2011. Det finansielle markedet er til for at aktører skal få muligheten til å sikre seg langsiktig mot store prisendringer. Målet med spotmarkedet er at kraftbalansen skal settes allerede dagen i forveien. Dette vil i praksis aldri skje fullstendig da det ett døgn før levering fremdeles er for stor usikkerhet i både etterspørsel og tilbud. Utenom spotmarkedet er det også mulig å inngå bilaterale avtaler direkte mellom kjøper og selger. Ubalanser som avdekkes i inneværende døgn kan veies opp kontinuerlig frem mot leveranse gjennom et intradagmarked eller i sanntid gjennom et balansemarked for opp- og nedregulering.



Figur 1 - Sekvens av elmarkeder

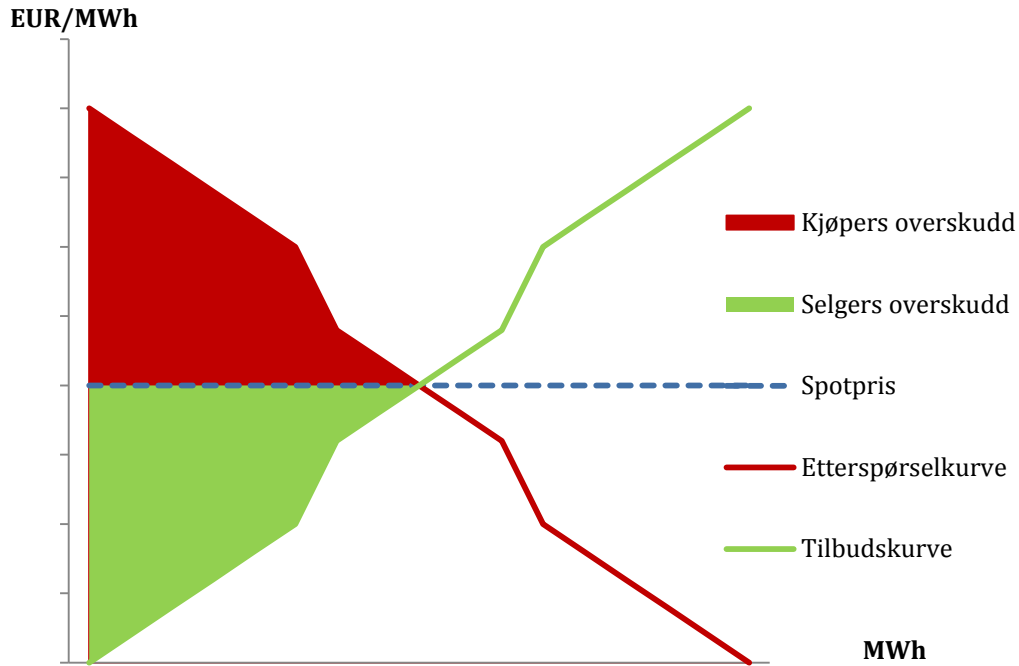
Hvordan disse markedene blir definert og sammenkoblet omtales gjerne som markedsdesign. I Norge er det NASDAQ OMX Commodities som organiserer den finansielle handelen, Nord Pool Spot som tar spot og intradag, mens systemoperatøren Statnett koordinerer balansemarkedet. I dekningsområdet til det nordiske markedet Nord Pool Spot blir brorparten, 74 % (Nord Pool Spot AS, 2011), av omsatt fysisk elektrisitet handlet dagen i forveien som spot. Det er innen dette markedet fokuset for oppgaven ligger.

2.2 Markedsklarering av spotmarkeder

2.2.1 Markedsklareringsproblemet

Elektrisiteten i de europeiske spotmarkedene blir i realiteten omsatt gjennom en spesiell form for auksjon, hvor man har budgivende aktører både på tilbud- og etterspørselsiden. Overskuddet for selgere av elektrisitet er salgsinntekt minus kostnader, men for kjøperne er overskuddet betalingsvillighet minus kjøpskostnad. Problemet auksjonen, *klareringsansvarlig*, forsøker å løse er å balansere tilbud og etterspørsel samtidig som man maksimerer summen av overskudd for alle deltagere på begge sider av auksjonen. Dette overskuddet er heretter omtalt som *samfunnsøkonomisk overskudd*, mens problemet vil bli referert til som *markedsklareringsproblemet*. Markedsklareringsproblemet skal løses innenfor en gitt tidsramme på mindre enn én time, typisk ti minutter (Nord Pool Spot AS, 2011)

Budgiverne byr, i én enkelt runde, på kombinasjoner av pris og volum for samtlige timer av kommende døgn, uvitende om hva andre aktører byr. Prisen på produktet, euro per megawatttime elektrisitet [EUR/MWh], er lik for alle vinnere av budrunden. Altså er det en auksjon med skjulte bud og uniforme priser. En ulempe med denne ordningen er at budgiverne ikke har mulighet til å justere sine bud etter hvert som mer informasjon rundt det sannsynlige prisnivået avsløres. Dersom det er stor usikkerhet rundt prisen på produktet, øker potensialet for et ineffektivt utfall av auksjonen, og dermed et mindre overskudd for deltagerne (Barroso & Maurer, 2011). Dette løses imidlertid med at budgiverne får anledning til å legge inn bud for flere priser, hos Nord Pool inntil 64 par av pris og volum. Auksjonæren vil da gjøre én av to ting. Enten interpolere mellom disse parene for å ende opp med en stykkevis strengt økende(synkende) lineær kurve for selgere(kjøpere). Eller velge å tolke budene som stykkevis horisontale for ethvert bydd prisnivå. Uansett aggregeres kurvene for alle aktører til én felles tilbudskurve og én etterspørselskurve. Ved hjelp av prisen aksjonæren setter vil det å maksimere summen av overskuddene til kjøpere og selgere være ekvivalent til å maksimere arealet mellom tilbuds- og etterspørselskurven. I Figur 2 på neste side er dette demonstrert med stykkevis lineære kurver. Denne prisen som finnes i skjæringspunktet mellom kurvene vil heretter omtales som *spot-* eller *markedsklareringsprisen*.



Figur 2- Samfunnsøkonomisk overskudd med symmetrisk tilbud og etterspørsel

Lastflyt En utfordring med dagens markedsklarering er at en enhet elektrisitet, som nevnt i 2.1, er vanskelig å spore. Slik markedet er organisert i dag er det ingenting som tilsier at flyten blir slik spotmarkedet tilsynelatende optimaliserer at den skal være. Tabell 1 og Tabell 2 under demonstrerer hvordan flyten faktisk varierer fra Nord Pool klarering en tilfeldig utvalgt time. Forfatterne vil ikke utdype noe særlig videre om dette i denne omgang, annet enn å påpeke at optimal flyt klarert i en rent økonomisk optimeringsmodell ikke nødvendigvis er fysisk og tapsminimerende optimal flyt når dens beregning ikke tar hensyn til fysisk motstand i nettet.

Tabell 1 – Flyt mellom områder beregnet i Nord Pools klarering kl10-11, 18.11.2011

Fra/Til	NO1	NO2	NO3	NO4	NO5	DK1	SE1	SE2	SE3	SE4
NO1	0	0	0	0	0	0	0	0	1245	0
NO2	1376	0	0	0	0	950	0	0	0	0
NO3	200	0	0	0	0	0	0	380	0	0
NO4	0	0	850	0	0	0	650	150	0	0
NO5	396	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabell 2 - Faktisk lastflyt mellom områder rapportert fra Statnett kl10-11, 18.11.2011

Fra/Til	NO1	NO2	NO3	NO4	NO5	DK1	SE1	SE2	SE3	SE4
NO1	0	0	0	0	0	0	0	0	828	0
NO2	903	0	0	0	58	978	0	0	0	0
NO3	310	0	0	0	0	0	0	276	0	0
NO4	0	0	827	0	0	0	629	191	0	0
NO5	292	0	0	0	0	0	0	0	0	0

2.2.2 Varianter av bud

Aktørene i spotmarkedet har, avhengig av hvilket spotmarked det er snakk om, muligheten til å legge inn en eller flere forskjellige typer bud. Timesbud og blokkbud er de to mest omsatte typene. Felles for samtlige budtyper er at prisen må ligge innenfor et systembestemt intervall av *teknisk minimum- og maksimumpris*. Et bud er *in the money* dersom budet fører til at budgiver tjener penger hvis budet aksepteres, *at the money* dersom budgiver går i null og *out of the money* dersom aksept av budet gjør at budgiver taper penger.

Timesbud Timesbud er den vanligste formen for bud. Et timesbud er en enkel kombinasjon av én pris og ett volum og gjelder kun for én time av døgnet. For alle regulære timesbud gjelder det at de skal aksepteres fullt dersom de er *in the money*. Er budet *out of the money*, skal budet avvises. Dersom budet er *at the money*, vil budet bli delvis akseptert. Det vil si at budgiveren får delvis tilslag for sitt bud, og må kjøpe eller selge en andel større enn null og mindre enn én av det opprinnelige budvolumet. Klareringsansvarlig bestemmer og informerer tydelig om hvorvidt timesbudene blir interpolert og tolket som stykkevis lineære bud eller ikke.

Fleksible timesbud Budgivere kan legge inn timesbud der det spesifiseres ett volum og én pris man vil ha akseptert, men ikke hvilken time av døgnet det gjelder for. Dette kalles fleksible timesbud. Gitt at det finnes spotpriser det aktuelle døgnet som gjør at budet er *in* eller *at the money*, vil budet aksepteres i den timen som maksimerer det samfunnsøkonomiske overskuddet og dermed også aktørens fortjeneste.

Blokkbud Blokkbud er en viktig del av kraftutvekslingen og står for opptil 20 % av det omsatte volumet i flere kraftmarkeder (Meeus, 2006). Et blokkbud spenner over flere sammenhengende timer, og må ha samme volum og pris for alle timer det skal gjelde for. Videre må budet for hver time bli akseptert eller avvist i sin helhet, budet kan altså ikke delvis aksepteres. Dette kalles heretter en *alt-eller-ingen-ting-restriksjon*. Budet må også ha samme grad av aksept for alle timene det spenner over. Budet har med det en *timesavhengighet*. Denne rammen på buden introduserer et kombinatorisk aspekt til markedsklareringsproblemet, i og med at det gir aktørene et valg mellom å by på et enkelt produkt eller en kombinasjon av flere som gir budgiveren en eller annen form for synergi. Problemet blir da for klareringsansvarlig å avgjøre hvilke timekombinasjoner som skal aksepteres. Et blokkbud med timesavhengighet er *in the money* dersom gjennomsnittlig spotpris over budets timer over(under) kjøps(salgs)budets pris. En utbredt regel for å avgjøre aksept av blokkbud er at blokkbudet skal aksepteres hvis, og bare hvis, det er *in the money*.

Lenkede blokkbud Budgivere kan legge inn blokkbud "A" der det i tillegg til de ovennevnte spesifikasjonene også spesifiseres et blokkbud "B" som må aksepteres før "A" eventuelt kan bli akseptert.

Konvertible blokkbud Budgivere kan velge å gi klareringsansvarlig anledning til å fjerne både alt-eller-ingen-ting-restriksjonen og timesavhengigheten på utvalgte

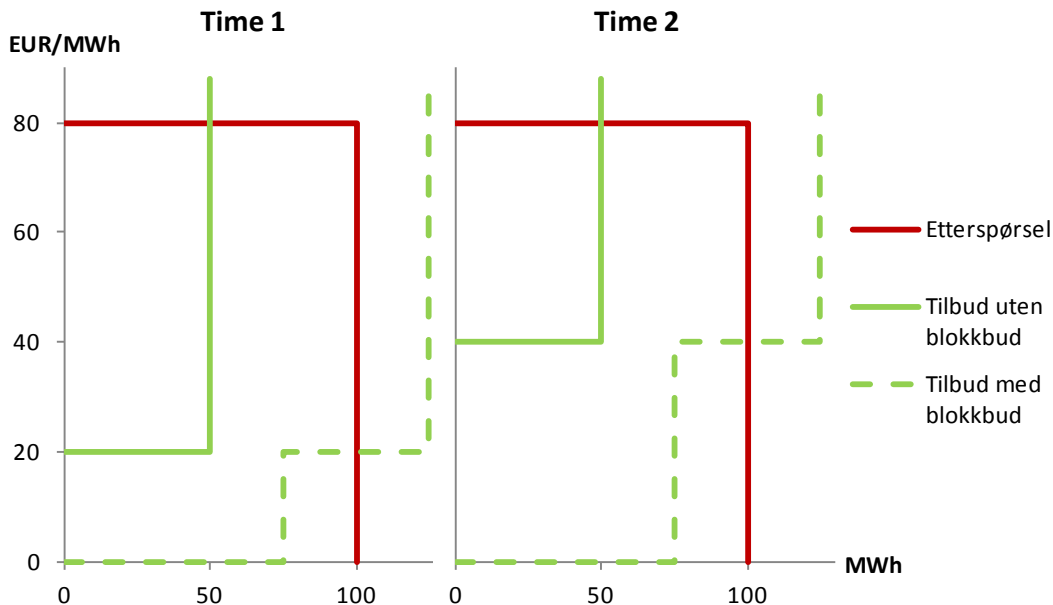
blokkbud, som effektivt konverterer blokkvolumene til en rekke timesbud. Konverteringen vil kun kunne skje dersom det ikke ellers kan oppnås balanse mellom tilbud og etterspørsel. En budgiver av et blokkbud vil da i tillegg til ovennevnte spesifikasjoner oppgi hvorvidt et blokkbud kan konverteres og prisen som i så tilfelle skal bys for timesbudene.

2.2.3 Lineær prising og paradoksalt avviste blokkbud

Egenskapene beskrevet i 2.2.1 demonstrerer prinsippet *lineær prising*. En uheldig konsekvens av dette er at blokkbud slik de definert i foregående avsnitt kan bli avvist selv om de tilsynelatende er in the money. Dette er såkalte *paradoksalt avviste blokker* (Meeus, 2006). Budene blir avvist ettersom å akseptere disse blokkene i løsningen endrer markedsklareringsprisen slik at blokkene ikke lenger er in the money. Paradoksalt avviste blokker er et resultat av in the money-restriksjonen kombinert med en eller flere faktorer; alt-eller-ingenting-restriksjonen, den intertemporære restriksjonen på timesavhengighet eller at budet potensielt er lenket til et annet blokkbud. Sistnevnte inkluderer da naturligvis ikke blokkbud som blir avvist direkte fordi deres moderblokk er avvist. Å avvise blokker paradoksalt leder til et samfunnsøkonomisk tap. Dette kan forklares med at det paradoksalt avviste budet ville kunne blitt akseptert dersom man relaxerte restriksjon som krever at blokkbud skal være in the money. En relaxering av et maksimeringsproblem vil alltid gi en like høy, eller høyere, målfunksjonsverdi, som for vårt tilfelle tilsvarer en samfunnsøkonomisk gevinst. Altså er paradoksalt avviste blokkbud noe man i prinsippet burde prøve å unngå, eksempelvis ved å kompensere budgiver for tapet det måtte påføre (Ravn, 2010). For å oppnå dette må en da gå bort ifra konseptet lineær prising.

For å illustrere hvordan paradoksalt avviste blokker kan oppstå er det modifisert et eksempel fra (Meeus, 2006). Figur 3 viser hvordan priskurvene ser ut over to timer dersom man aksepterer eller ikke aksepter et blokkbud med et salgsvolum på 75 MW og en pris på 40 EUR/MWh. Uten blokkbudet er prisene i time 1 og 2 begge 80 EUR/MWh, skjæringspunktet mellom budkurvene for timesbudene. Det omsettes 50 MWh i begge timene og samfunnsøkonomisk overskudd er til sammen 5000 EUR. Med en pris på 40 EUR/MWh langt under snittprisen på 80 EUR/MWh burde nå blokkbudet aksepteres.

Ettersom blokkbudet må være in the money for å aksepteres kan det å akseptere blokkbudet legges til i begge timer som timesbud med pris lik null. Dette gjør at man effektivt forskyver timeskurvene for salg med 75 MW og prisene faller til henholdsvis 20 og 40 EUR/MWh i time 1 og time 2. Dette gir en snittpris over de to timene på 30 EUR/MWh. Denne løsningen er ikke mulig ettersom snittprisen er lavere enn prisen på blokkbudet, og eneste mulighet er å avvise blokkbudet. Da er man tilbake til en gjennomsnittlig pris på 80 EUR/MWh, blokkbudet in the money og budet er dermed paradoksalt avvist.



Figur 3 - Paradoksalt avvist blokkbud

Paradoksalt aksepterte blokker er blokkbud som aksepteres selv om de er out of the money. Slik vi har definert blokkbud over så vil ikke dette kunne forekomme. Men igjen, dersom en relakserer in the money-restriksjonen så vil et bud som tidligere ville vært paradoksalt avvist nå faktisk bli et paradoksalt akseptert blokkbud.

2.2.4 Områder og markedskobling

Elektrisk energi blir som oftest ikke produsert der den forbrukes og kan som nevnt i 2.1 ikke lagres på noen økonomisk god måte. I praksis er produsenter og forbruker knyttet sammen gjennom et frittflytende nett av distribusjonslinjer. Dermed trengs det overføringskapasitet for å frakte strømmen fra produksjon til forbruk. En *linje* defineres heretter til å være et aggregert snitt for overføringskapasitet mellom to geografiske områder. *Linjekapasiteten* er hvor mye elektrisk energi linjen kan overføre, og kan være avhenging av både tid og retning på strømmen. At den er retningsavhengig er ofte på grunn av forsyningsikkerhet da det ikke nødvendigvis er like mye tilgjengelige reserver på hver side av linjen.

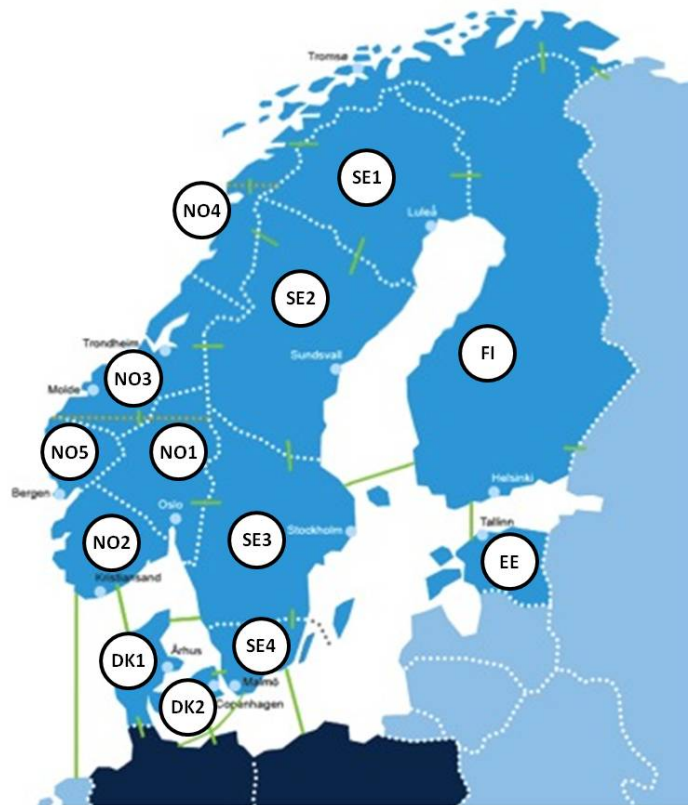
Flaskehals Dersom det til en gitt elektrisitetspris er ønske om mer forbruk i område "A" enn det er produksjon i område "A" og ledig overføringskapasitet fra område "B" så vil det oppstå en såkalt flaskehals på overføringslinjen fra "B" til "A".

Anmeldingsområder Et anmeldingsområde er et geografisk avgrenset område der produsenter og forbrukere anmelder sine bud. Linjekapasiteten mellom to anmeldingsområder settes av systemansvarlig for hver time av anmeldingsdøgnet og for flyt i begge retninger. Slike områder er opprettet for at det skal være lettere for klareringsansvarlig å forutse hvor det kan oppstå flaskehalser.

Systempris Etter å ha mottatt bud fra alle aktører beregner klareringsansvarlig systemprisen. Dette gjøres ved å løse markedsklareringsproblemet uten å ta

hensyn til restriksjoner på overføringskapasitet, og anta at alle bud er bydd i ett stort anmeldingsområde.

Prisområder Dersom det viser seg, etter systemprisen er satt, at det oppstår flaskehals mellom anmeldingsområder så vil klareringsansvarlig foreta en ny klarering. I denne klareringen vil en se på hvert anmeldingsområde som et eget marked og opprette egne spotpriser for hver anmeldingsområde. Disse prisene vil settes slik at flaskehalsen minimeres. Det vil si at anmeldingsområdet med netto tilbud vil få en relativt lav spotpris og således kjøpe mer og selge mindre, mens området med netto etterspørsel vil få en relativt høy spotpris, selge mer og kjøpe mindre. Dersom to prisområder ikke har noen bindende overføringsrestriksjon mellom seg så vil prisene i de to områdene være like. I de fleste spotmarkedene er anmeldingsområder og prisområder de samme, til tross for at en i praksis ofte vil ha like priser i flere av prisområdene. Figur 4 viser fungerende pris- og anmeldingsområder i Nord Pool per 1. november 2011.



Figur 4 - Nord Pool prisområder per 01.11.2011

Auksjonering av linjekapasitet For at flere elektrisitetmarkeder skal kunne integreres er det nødvendig med mekanismer for å koble markedene sammen. Dette omtales gjerne som *markedskobling*. Når en ikke har samme klareringsansvarlig på hver side av en linje så kan flyten på linjen settes på to forskjellige måter; ved implisitt og eksplisitt auksjonering av linjekapasiteten. Implisitt auksjonering vil si at eieren av linjen byr kapasiteten inn i overskuddsområdet som et kjøpsbud med maksimal pris og til underskuddsområde som et salgsbud med lavest mulige pris. Det er faktisk dette som i praksis gjøres mellom prisområder i

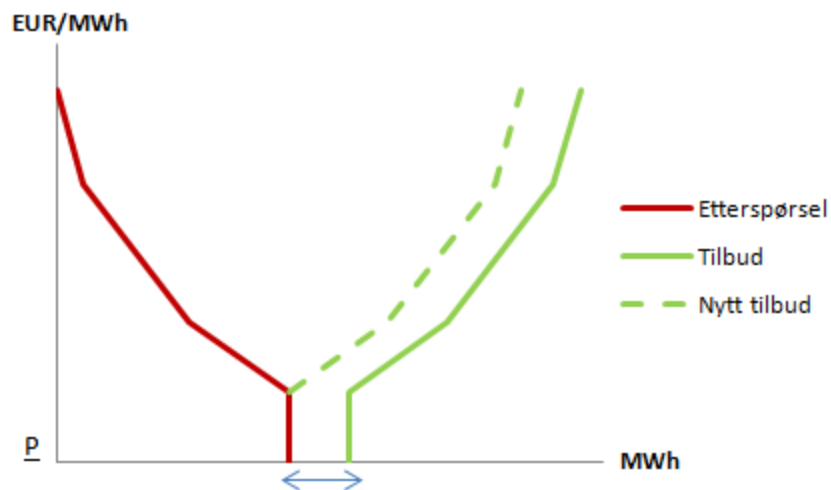
Nord Pool, men også det som gjøres der Nord Pool kobles til kontinentet gjennom EMCC (EMCC, 2011). Å selge kapasiteten eksplisitt vil si at overføringskapasitet allokeres markedsaktører som kan bruke denne til å arbitrere på prisforskjeller mellom markedene.

Flaskehalsinntekt Ved en flaskehals vil man i underskuddsområdet betale en høyere pris for strømmen enn det de som selger strøm i overskuddsområdet mottar. Denne differansen er flaskehalsinntekt, og vil tilfalle eieren av linjen mellom områdene.

Ramping På bestemte overføringslinjer vil det være restriksjoner, *rampingrater*, på hvor mye flyten kan endre seg fra en tidsperiode til den neste. Dette skyldes som oftest at linjen benytter seg av likestrøm, uten at fysikken rundt dette vil bli utdypet nærmere.

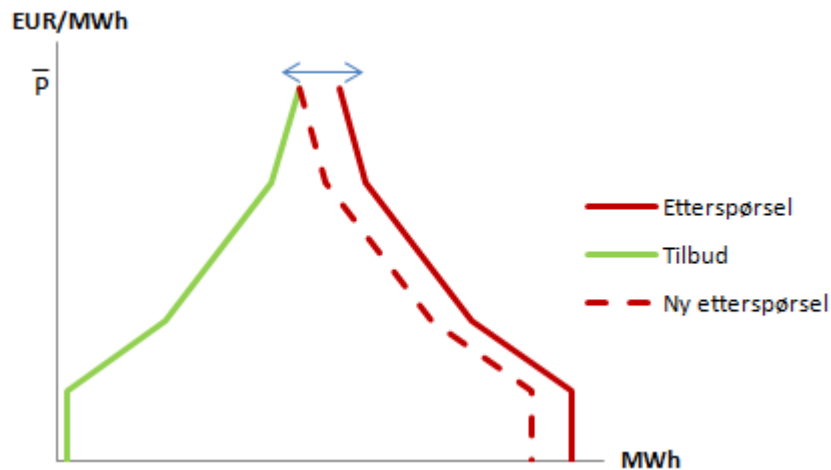
2.2.5 Rasjonering

Rasjonering eller *pro-rata avkorting* oppstår i situasjoner der de aggregerte tilbuds- og etterspørselskurvene ikke møtes, selv etter blant annet konvertible blokkbud er konvertert til timesbud (Nord Pool Spot AS, 2011). Dette er tilfeller der etterspørsel ikke klarer å møte tilbud når prisen er på sitt tekniske minimum \underline{P} eller der tilbud ikke klarer å møte etterspørsel ved pris lik teknisk maksimum \bar{P} . I det første tilfellet forflyttes tilbudskurven slik at den møter etterspørselskurven ved \underline{P} , vist i Figur 5.



Figur 5 – Pro-rata avkorting av tilbud

For det andre tilfellet forflyttes etterspørselskurven slik at den møter tilbudskurven ved \bar{P} , vist i Figur 6. De involverte aktørene får aksept på sine bud i henhold til den andelen de hadde av tilbud og etterspørsel ved henholdsvis \underline{P} og \bar{P} , pro-rata. Hos Nord Pool er \underline{P} og \bar{P} henholdsvis -200 og 2000 EUR/MWh. Dette er såpass ekstreme priser at det blir veldig god butikk å henholdsvis kjøpe og selge strøm, og rasjonering forekommer derfor uhyre sjeldent (Statnett, 2006).



Figur 6 - Pro-rata avkorting av etterspørsel

3 Relatert arbeid

Grunnet den komplekse naturen til elektrisitet som handelsvare er det skrevet mye om ulike måter den kan omsettes på. Dette kapitlet vil ta for seg et utvalg publikasjoner som kan være av interesse og kan bli ansett i forhold til modellen som følger. I det første delkapitlet refereres det til artikler som tar for seg koordineringen mellom spotmarkedet og andre markeder nevnt i avsnitt 2.1, samt et par rapporter spesielt om norske forhold. Avsnitt 3.2 ser på litteratur skrevet eksplisitt om modeller for hvordan spotmarkeder klareres og kobles.

3.1 Spotmarkedet som del av engrosmarkedet

(Ockenfels et al., 2008) skriver om hvordan alle de sekvensielle markedene beskrevet i avsnitt 2.1 er substitutter sett fra kraftprodusents perspektiv. Mangel på koordinering mellom disse markedene øker kompleksiteten, setter høyere krav til aktørenes evne til å forutse og lage prognoser og kan således hindre effektiviteten i hele engrosmarkedet for strøm og drive opp prisene. Derfor skal viktigheten av koordinering være gjennomtrengende i markedsdesignen.

Videre beskrives hvordan det er gjort lite analyserende arbeid på det konkurranseutsatte spotmarkedets effekt på langtids kapasitetsinvestering. Dette kommer av at det fremdeles er begrenset hvor mye historisk investeringsaktivitet en kan vurdere, da det konkurranseutsatte markedet har eksistert relativt kort. De påpeker like fullt at det forventes manglende produksjonskapasitet i Tyskland fra 2015. (Joskow, 2006) beskriver for øvrig at det allerede er påvist manglende investeringer i USA. Videre skriver (Ockenfels et al., 2008) at insentivene til å investere i ny kapasitet ved perfekt konkurranse faktisk ikke dukker opp før man har en flaskehals.

(Barroso & Maurer, 2011) følger opp og skriver en omfattende rapport for Verdensbanken der en sammenlikning av forskjellige auksjoner for å omsette elektrisk kraftproduksjon er hovedtema. Konklusjonen går blant annet ut på at auksjoner generelt er en effektiv måte å omsette energi på, men at å omsette energi alene ikke nødvendigvis fører til rette kapasitetsinvesteringer på

produksjonssiden. Det påpekes at vesten muligens har noe å lære av utviklingsland, spesielt i Sør-Amerika, når det kommer til å bruke auksjoner også for å sikre ny kapasitet direkte, ikke kun for å omsette energien kapasiteten til slutt produserer.

(Glachant & Sagan, 2007) beskriver hvordan viktigheten av de ulike sekvensielle markedene nevnt i avsnitt 2.1 ikke kan måles etter omsatt volum eller synlighet utenfor fagbransjen. Det påpekes at balansemarkedet for opp- og nedregulering er det eneste markedet der prisformasjonen foregår i sanntid. Således er det egentlig der den virkelige basisen for hele sekvensen av markeder settes, via intradag og spot til de finansielle derivatene. Dette påviser de gjennom å sette opp en rammemodell som kan vurdere konsekvenser av forskjellige straffefaktorer for kjøp av balansekraft. De konkluderer at et balansemarked med straffefaktorer for balansekraft, dog ment kun som teknisk sikkerhet, faktisk fører til fordreininger av spot- og forwardpriser, et asymmetrisk skift i samfunnsøkonomisk overskudd og økte inntekter for systemoperatøren. Dette vil igjen medføre samfunnsøkonomisk ineffektivitet.

(Crampton, 2003) beskriver faktorer som må ligge til grunn i en pre-sanntids elektrisitetsklarering for å unngå utbredt bruk av markedsrett. Som (Ockenfels et al., 2008) påpeker han viktigheten at koordinering til tidligere og påfølgende sekvensielle markeder. Videre forutsetter han at klareringen gjøres gjennom en type auksjon, noe han mener er riktig grunnform for å oppnå effektiv og sikker allokasjon produksjon og forbruk. Hans konklusjoner sier at for å oppnå effektivitet må en form for prisobservasjon forekomme i auksjonen og bud gitt dagen i forveien må være finansielt bindende. Videre forsvarer han uniforme priser i motsetning til et system der man får prisen man byr. Ved et system der man får prisen man byr, gitt at denne er under klareringsprisen vil man ha et insentiv til å overby egen marginalkostnad opp mot det man tror blir klareringsprisen. Uniforme priser fjerner ikke store produsenters mulighet til å utøve markedsrett, men gjør at de ikke kan utkonkurrere mindre aktører på grunn av overlegne prognoseverktøy. Dette fordi mindre aktører ikke vil trenge å gjette på klareringsprisen, men få samme pris som store aktører likevel. Utover dette skriver han at det fremdeles er en del utfordringer i veien før man har en fullstendig effektiv ordning.

(Bye et al., 2010) fikk grunnet de høye strømprisene vinteren 2009/2010 mandat fra Norges vassdrags- og energidirektorat (NVE) til å påpeke svakheter i markedsdesign for den kortsiktige driften av det nordiske kraftmarkedet. Videre skulle de komme langsiktige anbefalinger for å fjerne disse svakhetene. Det de trekker frem som den største utfordringen med dagens struktur er flaskehals-håndteringen i spotmarkedet. Det argumenteres for at mer geografisk detaljert prising og anmelding for produksjon og forbruk vil gi riktigere prissignaler for investering i både nettkapasitet, produksjon og kraftintensiv industri. Førstnevnte investeringstype kommer av at systemansvarlig ikke kan føre resultat på laskehalsinntekter, men er pliktet å langsiktig investere midlene videre i utvidet nettkapasitet eller kortsiktig å bruke de på lavere nettariiff til kundene. I forhold til selve budangivningsmekanismen i spotmarkedet har utvalget heller lite å utsette på dagens organisering.

(Energi Norge, 2010) kommer med et motsvar til deler av (Bye et al., 2010) og kommer med sine langsiktige anbefalinger for å sikre optimal systemdrift. De hevder at et økt antall priser vil føre til at aktører mister oversikten og ikke lenger

klarer å forholde seg effektivt til dem. Det samme gjelder også markedet for finansiell handel, da det blir vanskeligere å få etablert prisreferanser som gir grunnlag for likviditet. Samtidig støttes det opp om anbefalingen om noe flere anmeldingsområder, noe som tilsier at et prisområde nødvendigvis kan spenne over flere anmeldingsområder. Dette vil således gi mulighet for å kunne sette mer riktige linjekapasiteter, samtidig som en opprettholder likviditeten i den finansielle handelen. De nevner også muligheten for å fremskynde starten av driftsdøgnet til ettermiddagen for å minimere usikkerheten i anmeldingen, samtidig som arbeidstidene for alle involverte vil forbli mer eller mindre den samme. Energi Norge skriver heller ingenting om eventuelle svakheter ved budgivningsmekanismen i spotmarkedet.

3.2 Design og klarering av spotmarkedet

De nøyaktige detaljene rundt klareringsmodellene som anvendes for å klarere europeiske kraftmarkeder er ikke nødvendigvis offentlig tilgjengelig informasjon. En årsak til dette er at ansvarlige selv ikke nødvendigvis har tilgjengelig noe dokument som inngående beskriver mekanismen og heller ikke er pålagt noe krav om å utrede sådant dokument. En annen årsak kan være at de i enkelte markeder frykter at aktører med inngående kjennskap til hvordan modellen velger ut bud når den ikke klarer å løse til optimalitet, vil kunne bruke denne informasjonen og redusere effektiviteten. Uansett strider det imot et av grunnprinsippene bak det frie og deregulerte kraftmarkedet, nemlig at mekanismene som ligger til grunn for prissetting skal være transparente (Nord Pool Spot AS, 2011). En viktig egenskap å ta stilling til er hvorvidt timesbud interpoleres til stykkevis lineære kurver eller beholder sin horisontale form for hvert bydde prisnivå. Førstnevnte impliserer at markedsklareringsproblemet blir kvadratisk ettersom stigningstallet på kurvene nå også blir en variabel (Meeus, 2006).

Nord Pool Spot beskriver sin modell, SESAM, på egne nettsider relativt overfladisk. De interpolerer timesbudene og tillater både blokkbud og fleksible timesbud, noe som gjør at de står ovenfor et blandet kvadratisk heltallsproblem. De beskriver spesielt svært lite rundt hvordan de prioriterer utvelgelsen av blokkbud og fleksible timesbud dersom de ikke oppnår optimalitet i løsningen sin. De skriver riktignok at en pragmatisk metode er valgt for å behandle blokkbudene, og at det ikke er et krav med behandlingen av blokkbud at resultatet blir optimalt. De skriver også at blokker som er dypt in the money blir prioritert først, uavhengig av størrelse (Nord Pool Spot AS, 2011).

Markedskoblingsmodellen COSMOS, brukt for å koble sammen spotmarkedet i Nederland, Belgia og Frankrike, er beskrevet i bedre detalj offentlig (Rouquia Djabali, 2010). Her blir optimeringsproblemet gjennomgått grundigere med faktiske matematiske likninger. Modellen kan fungere både for timesbud som skal interpoleres og timesbud som skal forbli stykkevis flate. Gangen i løsningsmetodikken blir også beskrevet hvorav det fremgår at modellen blant annet først relaxerer problemet ved å la blokkbud bli delvis akseptert. Det som ikke fremgår er i hvilken rekkefølge det velges ut blokkbud som først får binærkrav.

European Market Coupling Company, EMCC, optimerer en markedskoblingsmodell mellom Nord Pool og kontinentet for å sette flyten på overføringene

mellom Norge og Nederland, Danmark og Tyskland og Sverige og Tyskland. De tar inn anonymisert buddata fra både Nord Pool og de europeiske kraftbørsene, APX-ENDEX og EPEX, optimerer, og melder tilbake optimal flyt som bud i hvert av de respektive markedene. Dette betyr i praksis at deres algoritme, EMCC Optimizer, gjør samme jobben som tidligere nevnte SESAM og COSMOS til sammen. Modellen og også løsningsalgoritmen er delvis beskrevet i et offentlig dokument (EMCC, 2009). Konseptet her er at de først løser et relaksert blandet lineært heltallsproblem der de har approksimert samfunnsøkonomisk overskudd som en stykkevis lineær funksjon. Deretter brukes gitte løsninger til å løse og optimere det kvadratiske problemet uten restriksjoner for blokkbud og fleksible timesbud. Dersom et blokk- eller fleksibelt bud ikke er kompitabelt med de beregnede prisene, ekskluderes det fra løsningsrommet og problemet løses på nytt. På samme måte som med COSMOS er det like fullt uklart hvilke blokkbud en faktisk vil stå igjen med i endelig løsning.

I publiserte akademiske artikler finnes flere løsninger på markedsklareringsproblemet som er bedre beskrevet. I (Kirschen & Strbac, 2004) presenteres en generell løsning som inkluderer kun enkle timesbud for ett område, noe som gjør at problemet kan dekomponeres til kun å gjelde for én time av gangen. Dette blir altså et kontinuerlig lineært problem. (Haubrich, 2006) inkluderer blokkbud, men ekskluderer alt-eller-ingenting-restriksjonen og tillater dermed en delvis aksept av blokkbudene. Dette forenkler problemet betraktelig ettersom man står igjen med et relaksert problem uten binærvariable, men er ikke en realistisk modellering av dagens kraftmarkeder. (Meeus, 2006) inkluderer komplette blokkbud- og overføringsrestriksjoner i en modell som forutsetter stykkevis horisontale bud. Størrelsen på det kombinatoriske problemet trekkes frem og eksemplifiseres der 2^n er antall mulige kombinasjoner av n ulike blokkbud. Gitt at det en dag avgis 100 blokkbud vil man måtte sjekke opptil $1,27 \times 10^{30}$ mulige kombinasjoner for å påvise en optimal løsning. Han konkluderer med at det kreves bruk av heuristikker for å kunne generere tilfredsstillende løsninger på det kombinatoriske problemet innenfor satte tidsramme. Han fokuserer videre spesielt på paradoksalt avviste blokkbud og ser også på muligheten for ulineær prising gjennom å sette opp en modell der han unnlater in the money-restriksjon på blokkbudene. Dette gjør han uten å foreslå noen konkret metode for å allokere godtgjørelse til aksepterte tapende blokkbud. Han påpeker også at dette er vanskelig å gjøre på en god måte dersom man fremdeles vil oppnå entydige og rettferdige prisingsmekanismer. På et konstruert datasett basert på aggregerte ordrekurver fra APX, kraftbørsen i Belgia per 2006, tester han en enkel modell med og uten lineære priser. Konklusjonen hans er at det samfunnsøkonomiske tapet ved lineære priser er neglisjerbart og ikke bør byttes ut med komplikasjonene det vil medføre å ta i bruk ulineære priser.

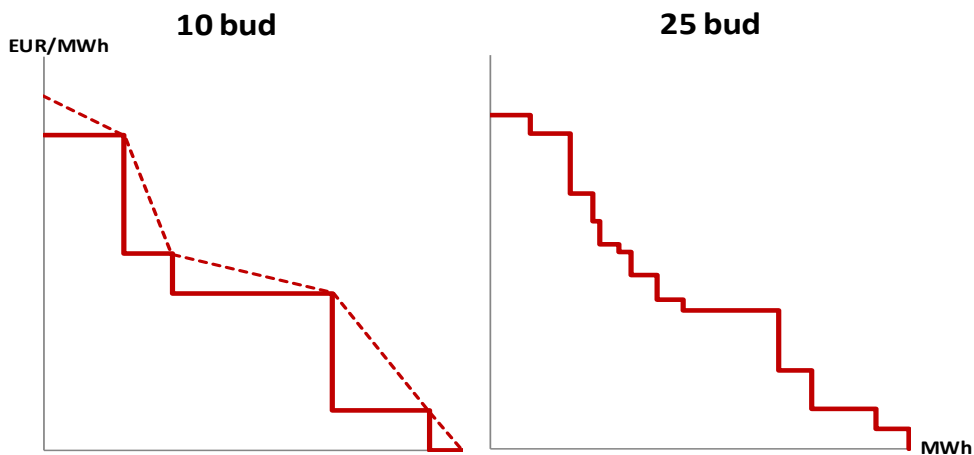
En komplett modell med en god heuristikk for å generere raske og gode løsninger av et kvadratisk heltallsproblem presenteres i (Martin et al., 2010). Modellen deres tar utgangspunkt i netto etterspørselskurver for hvert område, noe som tilsier at en del preprocessing må bli gjort etter bud er mottatt, men før modellen kan kjøres. De gjør interpolering av timesbudene via deltametoden (Dantzig, 1998). Videre presenterer de to ulike algoritmer for å løse det blandede kvadratiske heltallsproblemet: *Branch & cut* dekomponering for å løse til

optimalitet, og en rask *Bid Cut*-heuristikk som likner mye på den metoden EMCC benytter. Resultatene den gir med tanke på løsnings tid, antall paradoksalt avviste bud og differanse til optimalitet er svært gode. I deres datasett presterer den faktisk bedre enn EMCC Optimizer.

4 Modeller for klarering av spotmarkeder

Dette kapitlet presenterer en modell for å løse markedsklaringsproblemet omtalt i foregående kapitler. I praksis er det riktignok to modeller, én markedsklarering for systempris og én markedskoblingsmodell med områdepriser for tilfeller der systemprisen genererer flaskehals. Disse to modellene er dog såpass like at å omtale de som to helt uavhengige modeller blir misledende. De matematiske modellene vil presenteres i sin helhet her, mens kapittel 5 vil presentere resultater fra implementering og kjøring av modellene på konstruerte datasett. Først vil det her presenteres noen forenklinger og forutsetninger tatt i modellen.

Stegvis horisontale budkurver Til tross for at flere av spotmarkedene i Europa, inkludert Nord Pool, klareres gjennom en kvadratisk modell vil disse modellene implementere en lineær versjon uten interpolerte budkurver. En grunn for dette er at forfatterne har bedre kjennskap til lineær modellering, samt tilgang på kommersiell løsningssoftware som er helt i toppsjiktet på blandet lineær heltallsoptimering. En annen grunn er at sannsynligheten for å løse til optimalitet på kort tid er relativt mye større. Tidsaspektet er viktig, og ettersom markeder blir mer og mer integrert vil det bli større og mer komplekse datasett en skal optimere for. Som demonstrert i Figur 7 under vil den potensielle gevinsten ved interpolering bli mindre og mindre desto større sett med buddata en jobber med.



Figur 7 - Behovet for interpolering synker med større og større markeder

Fleksible timesbud og konvertible blokkbud utelates Forfatterne har i denne omgang valgt å utelate både fleksible timesbud og konvertible blokkbud fra modelleringen. Ikke nødvendigvis fordi oppgaven virket uoverkommelig, men fordi det er greit å ikke skulle gape over for mange analysepunkter i et slikt prosjektarbeid. Tidligere nevnte (Martin et al., 2010) har for øvrig en fin og enkel metode for å modellere de fleksible timesbudene.

Forutsetninger Alle budpriser er i intervallet mellom teknisk minimum- og maksimumpris $[\underline{P}, \overline{P}]$. Budvolumene for timesbudene oppgis som inkrementelle, dvs ved $\underline{P}(\overline{P})$ ligger det ikke-fleksible salgs(kjøps)volumet, mens budene som følger er den inkrementelle volumøkningen for hver budpris helt opp(ned) til $\overline{P}(\underline{P})$. Blokkbud bys over sammenhengende timer. Et lenket blokkbud kan kun være direkte avhengig av ett annet blokkbud, men flere blokkbud kan være avhengig av samme blokkbud og man kan lage kjeder av lenkede blokkbud. Antar videre at eksport(import) til andre markeder er meldt inn som bud for salg(kjøp) til teknisk minimum(maksimum) via en implisitt auksjon eller at en aktør handler gjennom vanlige bud etter å ha vunnet kapasitet eksplisitt.

Konsekvent notasjon For å sørge for at modellene forblir enkle å lese er indekser konsekvent definert med enkle små bokstaver. Mengder er definert med enkle store bokstaver, eventuell bestemmende indeks som senket skrift og potensielt hevet skrift for å påpeke at det er en delmengde med spesifikk karakteristik. Parametere har kun store bokstaver og indekser som senket skrift. For ikke å ta feil av mengder og parametere er de uansett listet eksplisitt i avsnitt 4.1.1 under. Budvariable er definert med kun små bokstaver korresponderende sine respektive parametere, samt tilhørende indekser som senket skrift. Pris-, flyt- og binære hjelpevariable er definert som greske bokstaver, også disse med indekser som senket skrift. Binære hjelpevariable er inkludert i formuleringen for å gjøre den komplett og inneholder også et tilknyttet siffer.

4.1 Markedsklarering systempris

Denne modellen tar inn bud for alle døgnets timer, uavhengig av hvilket anmeldingsområde de kommer, og fastsetter systemprisen gjennom å maksimere samfunnsøkonomisk overskudd. Dette gjøres ved å bestemme hvilke bud Q og QB som skal bli akseptert, det vil si få sine tilhørende variable q og qb til å ta en verdi større enn null.

4.1.1 Notasjon

Mengder Mengdene under brukes som størrelsesbestemmende i modellen. Merk at mengden timesbud er avhengig av hvilken time det er snakk om.

T :	Mengde av timer
I_t^S :	Mengde av timesbud for salg i time $t \in T$
I_t^K :	Mengde av timesbud for kjøp i time $t \in T$
$I_t = I_t^S \cup I_t^K$:	Mengde av timesbud i time $t \in T$
B^S :	Mengde av blokkbud for salg
B^K :	Mengde av blokkbud for kjøp
$B = B^S \cup B^K$:	Mengde av blokkbud
$B_{link} \subseteq B$:	Mengde av lenkede blokkbud

Indekser Indekser som brukes i modellformuleringen er listet under.

$t \in T$:	Timer
$i \in I_t$:	Timesbud
$b \in B$:	Blokkbud

Budparametere Under følger parametere som er i brukt i modellen i forbindelse med bud. Volum for salgsbud er angitt med positivt fortegn, mens kjøpsbud har sine volum angitt med negativt fortegn. QB og PB er 0 i alle timer blokkbudet ikke gjelder for.

Q_{ti} :	Volum budt i MW for timesbud i i time t
QB_{tb} :	Volum budt i MW for blokkbud b i time t
P_{ti} :	Pris for timesbud i i time t
PB_{tb} :	Pris for blokkbud b i time t
BA_b :	Blokkbudet $b \in B_{link}$ avhenger av aksept for blokkbud BA_b for selv å kunne bli akseptert

Andre parametere Store- M er hjelpeparametere som brukes i forbindelse med binære hjelpevariable. Verdiene på M angis store nok til å tvinge de binære variablene til å ta verdien 0 eller 1 gitt verdien av andre variabler eller parametere.

$M1$: Maksimalt mulig differanse mellom budpris og systempris.

$$M1 = \max_{t \in T, i \in I, j \in I} |P_{ti} - P_{tj}| = \bar{P} - \underline{P}$$

$M2$: Maksimalt mulig differanse mellom budpris og systempris multiplisert med høyeste blokkvolum.

$$M2 = M1 \times \max_{t \in T, b \in B} (QB_{tb})$$

Variable Følgende variable er brukt i modellen for systemprisklarering.

De tre øverste variablene er bestemmende for løsningen, mens de tre nederste er hjelpevariable for å bevare modellen som lineær.

q_{ti} :	Variabel for akseptert andel av timesbud i for time t
qb_b :	Binærvariable for akseptert andel av blokkbud b
π_t :	Systemprisen som klarer markedet for time t
δ_{1ti} :	Binærvariable som sier hvorvidt timesbudet i i time t er in eller at the money
δ_{2ti} :	Binærvariable som sier hvorvidt timesbudet i i time t er out of the money
δ_{3ti} :	Binærvariable som sier hvorvidt timesbudet i i time t er in the money

4.1.2 Objektivfunksjon og restriksjoner

Objektivfunksjon maksimerer det totale overskuddet generert fra handel med timesbud og blokkbud over alle timer i anmeldingsdøgnet (1.a). Ved å ta hensyn til at budvolumene er definert med fortegn er objektivet under ekvivalent til å maksimere summen av kjøpsbud minus salgsbud. I og med at budene er inkrementelle er dette igjen ekvivalent til å maksimere arealet mellom kjøps- og salgskurven for hver time $t \in T$.

Maksimer:

$$Z = \sum_{t \in T} \left(\sum_{i \in I_t} -q_{ti} \times Q_{ti} \times P_{ti} - \sum_{b \in B} qb_b \times QB_{tb} \times P_{tb} \right) \quad (1.a)$$

forutsatt at:

$$\sum_{i \in I_t} q_{t,i} \times Q_{t,i} + \sum_{b \in B} qb_b \times QB_{t,b} = 0, \quad t \in T \quad (1.b)$$

$$q_{ti} - \delta 1_{ti} \leq 0, \quad t \in T, i \in I_t \quad (1.c)$$

$$\pi_t - P_{ti} + M1 \geq M1 \times \delta 1_{ti}, \quad t \in T, i \in I_t^S \quad (1.d)$$

$$P_{ti} - \pi_t + M1 \geq M1 \times \delta 1_{ti}, \quad t \in T, i \in I_t^K \quad (1.e)$$

$$P_{ti} - \pi_t \leq M1 \times \delta 2_{ti}, \quad t \in T, i \in I_t^S \quad (1.f)$$

$$\pi_t - P_{ti} \leq M1 \times \delta 2_{ti}, \quad t \in T, i \in I_t^K \quad (1.g)$$

$$q_{ti} + \delta 2_{ti} \leq 1, \quad t \in T, i \in I_t \quad (1.h)$$

$$\pi_t - P_{ti} \leq M1 \times \delta 3_{ti}, \quad t \in T, i \in I_t^S \quad (1.i)$$

$$P_{ti} - \pi_t \leq M1 \times \delta 3_{ti}, \quad t \in T, i \in I_t^K \quad (1.j)$$

$$q_{ti} \geq \delta 3_{ti}, \quad t \in T, i \in I_t \quad (1.k)$$

$$\sum_{t \in T} (QB_b \times (\pi_t - PB_{tb})) + M2 - M2 \times qb_b \geq 0, \quad b \in B \quad (1.l)$$

$$qb_b \leq qb_{BA_b}, \quad b \in B_{link} \quad (1.m)$$

$$0 \leq q_{ti} \leq 1, \quad t \in T, i \in I_t \quad (1.n)$$

$$qb_b \in \{0,1\}, \quad b \in B \quad (1.o)$$

$$\pi_t \text{ fri}, \quad t \in T \quad (1.p)$$

$$\delta 1_{ti}, \delta 2_{ti}, \delta 3_{ti} \in \{0,1\}, \quad t \in T, i \in I_t \quad (1.q)$$

Restriksjoner Ved å ta hensyn til at budvolumene er definert med fortegn for både timesbud og blokkbud, så sier (1.b) at summen av totale kjøp og salg skal

være lik null, altså at tilbud tilsvarer etterspørsel. Hvis det ikke hadde vært for heltalligheten innført av blokkbudene så kunne man skrevet modellen slik at skyggeprisen av denne restriksjonen ble ekvivalent med systemprisen. De påfølgende restriksjonene (1.c) til (1.k) brukes til å sikre entydig prissetting for timesbudene. Restriksjonene (1.c) til (1.e) sier at dersom timesbudet er akseptert så må det være in eller at the money. (1.f) til (1.h) impliserer at dersom timesbudet er out of the money så må det bli avvist, mens (1.i) til (1.k) sier at dersom budet er in the money så må det bli akseptert.

Restriksjon (1.l) krever at et akseptert blokkbud må være in the money gjennom å utnytte fortegnet på QB . (1.m) impliserer at for ethvert lenket blokkbud $b \in B_{link}$ så er blokkbudet det avhenger av, BA_b , akseptert dersom budet selv skal være det. (1.p) sier at systemprisen kan være både positiv og negativ ettersom den tekniske minimumprisen kan være satt negativ, noe den eksempelvis er hos Nord Pool.

4.2 Markedskobling med områdepriser

Markedskoblingsmodellen blir altså kjørt dersom det ved systempris oppstår en eller flere flaskehals på overføringslinjene mellom anmeldingsområdene. Denne modellen tar inn bud for alle døgnet timer fordelt på områder. Den er også avhengig av å hente inn overføringskapasiteter og rampingrater samt flyten på linjene fra forrige døgns siste time. I tillegg til å bestemme aksepterte bud og spotpriser for hvert enkelt område så bestemmer denne modellen også hvor mye flyt som skal gå mellom anmeldingsområdene.

4.2.1 Notasjon

Mengder Mengdene under brukes som størrelsesbestemmende i modellen. Merk at budmengdene nå også er avhengig av respektivt område. Merk at mengdene linjer og områder er blitt inkludert.

T : Mengde av timer

A : Mengde av områder

L : Mengde av overføringslinjer

$FRA_l \subset A$: Prisområdet linje l kommer fra

$TIL_l \subset A$: Prisområdet linje l går til

$PAR_{\alpha\alpha} \subseteq L$: Alle linjer som går direkte mellom to områder $a \in A$ og $\alpha \in A$

$$PAR_{\alpha\alpha} = \{l \in L | FRA_l = a \cap TIL_l = \alpha\}$$

I_{at}^S : Mengde av timesbud for salg i område $a \in A$ for time $t \in T$

I_{at}^K : Mengde av timesbud for kjøp i område $a \in A$ for time $t \in T$

$I_{at} = I_{at}^S \cup I_{at}^K$: Mengde av timesbud i område $a \in A$ for time $t \in T$

B_a^S : Mengde av blokkbud for salg i område $a \in A$

B_a^K : Mengde av blokkbud for kjøp i område $a \in A$

$B_a = B_a^S \cup B_a^K$: Mengde av blokkbud i område $a \in A$

$B_{a,link} \subseteq B_a$: Mengde av lenkede blokkbud i område $a \in A$

Indekser Følgende indekser brukes konsekvent i modellformuleringen.

$t \in T$:	Timer
$a \in A$:	Områder
$l \in L$:	Linjer
$i \in I_{at}$:	Timesbud
$b \in B_a$:	Blokkbud

Budparametere Under følger parametere som er i bruk i modellen i forbindelse med bud. Volum for salgsbud er angitt med positivt fortegn, mens kjøpsbud har sine volum angitt med negativt fortegn. QB og PB er 0 i alle timer blokkbudet ikke gjelder for.

Q_{ati} :	Volum budt i MW for timesbud i i time t i område a
QB_{atb} :	Volum budt i MW for blokkbud b i time t i område a
P_{ati} :	Pris for timesbud i i time t i område a
PB_{atb} :	Pris for blokkbud b i time t i område a
BA_{ab} :	I område a vil blokkbudet $b \in B_{a,link}$ avhenge av aksept for blokkbud BA_{ab} for selv å kunne bli akseptert

Område- og linjeparametere Overføringslinjene er definert som par mellom prisområder. Hvert element i settet med linjer $l \in L$ har tilhørende parametere som definerer hva slags kapasiteter den innehar til enhver time. Linjekapasiteten kan forandre seg fra time til time og angis hver dag av systemoperatøren. Rampingraten settes til uendelig dersom en linje ikke er begrenset slik.

KAP_{lt} :	Kapasitetsbegrensning på linje l i time t
$RAMP_l$:	Maksimal ramprate på linje l , dvs maksimal absolutt endring i flyt fra time t til time $t + 1$
$PREFLYT_l$:	Flyt på linje l den siste timen i den foregående dagen før gjeldende markedskobling.
$LINJEPAR_{aa'}$:	Linjen som går fra område a til a'

Andre parametere Store- M er hjelpeparametere som brukes i forbindelse med binære hjelpevariable. Verdiene på M angis store nok til å tvinge de binære variablene til å ta verdien 0 eller 1 gitt verdien av andre variabler eller parametere.

$M1$:	Maksimalt mulig differanse mellom budpris og spotpris. $M1 = \max_{a \in A, t \in T, i \in I, j \in I} P_{ati} - P_{atj} = \bar{P} - \underline{P}$
$M2_a$:	Maksimalt mulig differanse mellom budpris og spotpris multiplisert med høyeste blokkvolum i område a . $M2_a = M1 \times \max_{t \in T, b \in B} (QB_{atb}), a \in A$

Variable Følgende variable er brukt i modellen for markedskobling.

De fem øverste variablene er direkte beskrivende for løsningen, mens de tre nederste er hjelpevariable for å bevare modellen som lineær.

q_{ati} :	Variabel for akseptert andel av timesbud i for time t i område a
qb_{ab} :	Binærvariable for akseptert andel av blokkbud b i område a
π_{at} :	Spotprisen som klarer område a for time t
θ_{lt} :	Flyt av elektrisitet på linje l i time t
τ_{lt} :	Flaskehalsinntekt per flyt på linje l i time t

- $\delta 1_{ati}$: Binærvariabel som sier hvorvidt timesbudet i i time t i område a er in eller at the money
- $\delta 2_{ati}$: Binærvariabel som sier hvorvidt timesbudet i i time t i område a er out of the money
- $\delta 3_{ati}$: Binærvariabel som sier hvorvidt timesbudet i i time t i område a er in the money
- $\delta 4_{lt}$: Binærvariabel som sier hvorvidt det er flyt på linje l i time t

4.2.2 Objektivfunksjon og restriksjoner

Objektivfunksjon er det totale overskuddet generert fra handel med timesbud og blokkbud over alle områder i alle timer av anmeldingsdøgnet (2.a). Å maksimere denne optimerer markedskoblingen mellom anmeldingsområdene.

Maksimer

$$Z = \sum_{a \in A} \sum_{t \in T} \left(\sum_{i \in I_{at}} -q_{ati} \times Q_{ati} \times P_{ati} - \sum_{b \in B_a} qb_{ab} \times QB_{atb} \times P_{atb} \right) \quad (2.a)$$

forutsatt at:

$$\sum_{i \in I_{at}} q_{ati} \times Q_{ati} + \sum_{b \in B_a} qb_{ab} \times QB_{atb} = \sum_{l \in L | FRA_l = a} \theta_{lt} - \sum_{l \in L | TIL_l = a} \theta_{lt} \quad a \in A, t \in T \quad (2.b)$$

$$q_{ati} - \delta 1_{ati} \leq 0, \quad a \in A, t \in T, i \in I_{at} \quad (2.c)$$

$$\pi_{at} - P_{ati} + M1 \geq M1 \times \delta 1_{ati}, \quad a \in A, t \in T, i \in I_{at}^S \quad (2.d)$$

$$P_{ati} - \pi_{at} + M1 \geq M1 \times \delta 1_{ati}, \quad a \in A, t \in T, i \in I_{at}^K \quad (2.e)$$

$$P_{ati} - \pi_{at} \leq M1 \times \delta 2_{ati}, \quad a \in A, t \in T, i \in I_{at}^S \quad (2.f)$$

$$\pi_{at} - P_{ati} \leq M1 \times \delta 2_{ati}, \quad a \in A, t \in T, i \in I_{at}^K \quad (2.g)$$

$$q_{ati} + \delta 2_{ati} \leq 1, \quad a \in A, t \in T, i \in I_{at} \quad (2.h)$$

$$\pi_{at} - P_{ati} \leq M1 \times \delta 3_{ati}, \quad a \in A, t \in T, i \in I_{at}^S \quad (2.i)$$

$$P_{ati} - \pi_{at} \leq M1 \times \delta 3_{ati}, \quad a \in A, t \in T, i \in I_{at}^K \quad (2.j)$$

$$q_{ati} \geq \delta 3_{ati}, \quad a \in A, t \in T, i \in I_{at} \quad (2.k)$$

$$\sum_{t \in T} (QB_{atb} \times (\pi_{at} - PB_{atb})) + M2_a - M2_a \times qb_{ab} \geq 0, \quad a \in A, b \in B_a \quad (2.l)$$

$$qb_{ab} \leq qb_{a,BA_{ab}}, \quad a \in A, b \in B_{a,link} \quad (2.m)$$

$$\theta_{lt} \leq KAP_{lt}, \quad l \in L, t \in T \quad (2.n)$$

$$\theta_{lt} - KAP_{lt} \times \delta 4_{lt} \leq 0, \quad a, \alpha \in A \setminus \{a = \alpha\}, l \in PAR_{a\alpha}, t \in T \quad (2.o)$$

$$\sum_{l \in PAR_{\alpha\alpha}} \delta 4_{lt} \leq 1, \quad a, \alpha \in A \setminus \{a = \alpha\}, t \in T \quad (2.p)$$

$$|\theta_{l1} - PREFLYT_l| \leq RAMP_l \quad l \in L \quad (2.q)$$

$$|\theta_{lt} - \theta_{l,t-1}| \leq RAMP_l \quad l \in L, t \in T \setminus \{1\} \quad (2.r)$$

$$\tau_{lt} = \pi_{TIL_{l,t}} - \pi_{FRA_{l,t}}, \quad l \in L, t \in T \quad (2.s)$$

$$0 \leq q_{ati} \leq 1, \quad a \in A, t \in T, i \in I_{at} \quad (2.t)$$

$$qb_{ab} \in \{0,1\}, \quad a \in A, b \in B_a \quad (2.u)$$

$$\pi_{at} \text{ fri}, \quad a \in A, t \in T \quad (2.v)$$

$$\theta_{lt} \geq 0, \quad l \in L, t \in T \quad (2.w)$$

$$\tau_{lt} \text{ fri}, \quad l \in L, t \in T \quad (2.x)$$

$$\delta 1_{ati}, \delta 2_{ati}, \delta 3_{ati} \in \{0,1\}, \quad a \in A, t \in T, i \in I_{at} \quad (2.y)$$

$$\delta 4_{lt} \in \{0,1\} \quad l \in L, t \in T \quad (2.z)$$

Restriksjoner Balanserestriksjonen (2.b) er den største og viktigste endringen i eksisterende restriksjoner fra systemprismodellen. Den sier ikke lenger at aksepterte kjøp

- og salgsbud nødvendigvis trenger å være like innad i hvert område, men heller at salg(tilbud) pluss flyt inn til området(import) skal tilsvare kjøp(etterspørsel) pluss flyt ut av området(eksport). Restriksjoner (2.c) til (2.m) sier det samme som (1.c) til (1.m), bortsett fra at alle nå gjelder innad i hvert område a . Disse forklares altså tidligere i avsnitt 4.1.2.

(2.n) og (2.w) sier at flyten på en linje må være positiv og mindre enn linjekapasiteten den gitte timen. Restriksjon (2.o) og (2.p) sørger for at flyten på et par av linjer som binder de samme to områdene sammen kun kan gå i en retning. Dette vil ikke ha noe å si for optimal objektiverdi, men vil sikre en unik løsning som er enklere å tolke. (2.q) og (2.r) er rampingrestriksjonen som sier at flyten fra én time til den neste ikke kan endre seg mer enn rampingraten for gitte linje. (2.s) beskriver hvordan flaskehalsinntekten på linje l er differansen mellom spotpriser i de to områdene linjen kobler sammen. Merk at (2.x) definerer denne som en fri variabel. Det impliserer at negativ flaskehalsinntekt faktisk kan forekomme, noe som typisk kan skje ved bindende rampingrestriksjoner. Da vil flyten gå fra høyprisområde til lavprisområde.

5 Implementering og testkjøring av modellene

Dette kapitlet vil først ta for seg hvordan og i hva slags system modellen er implementert

5.1 Implementering av modellen

Begge modellene presentert i kapittel 4 er skrevet og implementert for det kommersielle optimeringsverktøyet Mosel Xpress-IVE. De faktiske modellene ligger vedlagt digitalt på cd. Modellene ble først skrevet for direkte integrasjon med Microsoft Excel, men da forfatterne trodde dette kunne grunnen til relativt lange kjøretider innledningsvis ble det omskrevet slik at input nå hentes direkte fra tekstfiler av typen txt. eller dat. I de implementerte modellene er det fokusert på beskrivende variabel- og parameternavn slik at notasjonen ikke nødvendigvis er den samme som i den matematisk formulerte modellen. Enhver parameter og variabel vil dog ha en kommentert beskrivelse slik at å relatere de to formuleringene ikke skal være uoverkommelig. Restriksjoner er nummerert med sine respektive likningsnummer.



Figur 8 - Sekvens av modellkjøring

5.2 Konstruksjon av datasett

Buddataen Nord Pool og andre kraftbørser mottar er sensitivt materiale og ikke noe som nødvendigvis utleveres som offentlig informasjon (Lie, 2010). Det Nord Pool like fullt gjør er å publisere aggregerte systemkurver for kjøps- og salgsbud på systemnivå. Disse kurvene inkluderer altså tilbudte volumer fra alle prisområder i form av både både timesbud, fleksible timesbud, blokkbud og lenkede blokkbud. I tillegg til dette publiseres også faktisk realisererte kjøp og salg for hver time i hvert område, samt netto flyt til områder utenfor Nord Pool.

For å validere systemprismodellen er de aggregerte systemkurvene fra Nord Pool for en tilfeldig valgt dag, 05.01.2011, blitt brukt mer eller mindre direkte som et datasett. Da det er vanskelig å skulle skille ut blokk- og fleksible timesbud fra kurvene er det antatt at alle budene er rene timesbud.

Tabell 3 på neste side demonstrer så hvordan en konverterer fra akkumulerte timesbud til inkrementelle timesbud, her eksemplifisert for en rekke med salgsbud. En kan se at viljen til å produsere og selge elektrisitet øker med prisen. Dersom markedet klareres til en spotpris lik 16 EUR/MWh vil det selges 32600 MWh den aktuelle timen. Et bud i modellen er som tidligere nevnt den inkrementelle økningen i aggregert budvolum fra et prissteg til det neste. En kan da se at de fire øverste budene i tabellen til høyre vil bli akseptert, samtidig som budene til en pris over 16 EUR/MWh vil bli avvist. Tabellen er representativ for en

typisk systemkurve hos Nord Pool, som en kan se også med prisgulvet satt til $\underline{P} = -200$ EUR/MWh og pristaket satt til $\bar{P} = 2000$ EUR/MWh.

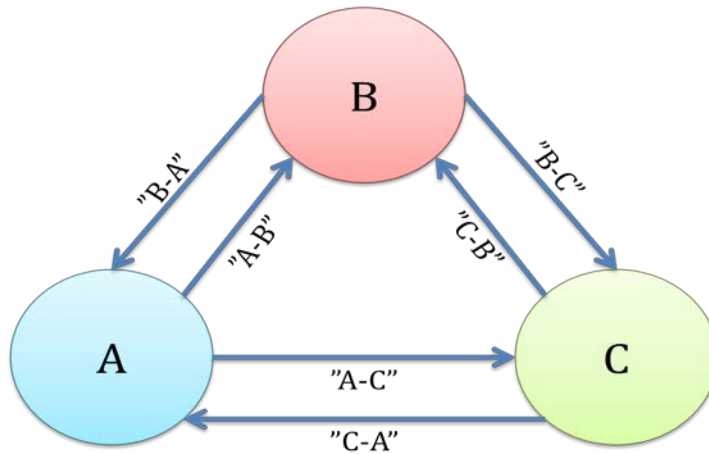
Tabell 3 - Demonstrasjon av inkrementering

Aggregert salgsbudvolum	Pris	Q_i	P_i
0	-	0	-
31000	-200	31000	-200
31500	0	500	0
32100	10	600	10
32600	15	500	15
32700	17	100	17
32750	18	50	18
32800	19	50	19
32870	19,5	70	19,5
.	.	.	.
.	.	.	.
42560	2000	150	2000

Proessen med å omgjøre et kjøpsbud vil være tilsvarende bare at en begynner ved høyeste pris \bar{P} og inkrementer volumet etter synkende pris. En slik prosess blir altså gjennomgått i excel for systemkurvene fra Nord Pool. Videre er kurvene justert for flyt inn til Nord Pool, der netto volum er inkludert som salgs- eller kjøpsbud til henholdsvis minimum- og maksimumpris.

Ved konstruksjon av et stort datasett for å validere markedskoblingsmodellen tok forfatterne utgangspunkt i systemkurvene for 02.11.2011. Disse ble hentet inn i et regneark og omgjort til inkrementelle bud. Deretter fordeltes bydde kjøp- og salgsvolumer ut til 13 prisområder (Figur 4) vektet etter hva som faktisk ble realisert kjøp og salg i området for hver enkelt time. Prisintervallene det faktisk bys på forblir således de samme for alle områdene. Så ble flyten inn eller ut av Nord Pool tatt med og til en viss grad allokert til riktig prisområde. Blokkbud ble utelatt.

Det er videre konstruert mindre datasett basert på noe av den samme informasjonen. Testcase som blir presentert her er alle, med unntak av de ovennevnte, basert på et system med tre anmeldingsområder. Område A er basert på det som i datasettet over var NO5 fra Nord Pool, område B på det som var SE4, mens område C skal etterlikne det finske mønsteret for kjøp og salg. I tillegg er antallet bud i område B blitt vesentlig redusert slik at priselastisiteten har gått ned her, dette i et forsøk på å demonstrere et typisk vannkraftområde A versus et typisk termisk dominert kraftområde B. Alle tre områdene er koblet mot hverandre slik at man til sammen har 6 linjer som vist i Figur 9 på neste side.



Figur 9 - Testcase med tre områder

Grunnet mangel på faktisk realistisk data fordelt på anmeldingsområder har heller ikke forfatterne testet så mye for linjekapasiteter og flyt. Vedlagt digitalt ligger det testcase der en kan variere systematisk på linjekapasiteten, men bortsett fra å observere at modellen kvalitativt fungerer som den skal er det funnet lite kvantitativ analyse å hente ut fra den slags eksperimentering. Det som derimot er testet en del for er kjøretid og antall paradoksalt avviste blokkbud i forhold til alt-eller-ingening-restriksjonen, lenking av blokkbud og timesavhengighet. I testscenariene der det er variert på disse er linjekapasiteten satt til å være fast på 1500 MW i begge retninger mellom A og B, A og C, mens B og C har en overføringskapasitet mellom seg på 3000 MW i begge retninger. Timetallet er redusert til 12 timer, mens det er omtrent 900 timesbud per time per område. Settet ble vurdert til passende størrelse, tatt i betraktning av at en varierende mengde blokkbud, inntil 3000, skulle inkluderes. Blokkbudene er generert tilfeldig gjennom vedlagte excelfil basert på inputparametere som minste og største mulige timespenn, volum, laveste og høyeste pris og andel lenkede blokkbud. De er fordelt jevnt på de tre områdene.

5.3 Resultater

For at resultatene i forhold til kjøretid skal bli konsekvente er modellinstanser kjørt på følgende maskinspesifikasjoner, vist i Tabell 4.

Tabell 4 - Maskin- og programvare brukt

Operativsystem	Windows XP
Programvare	Mosel Xpress-IVE
Prosesor	To-kjerne @ 2,66 GHz
Minne	3,5 GB

5.3.1 Validering av modellene

Systemprismodellen For å validere systemprismodellen benyttes datasettet beskrevet over og det sammenlignes resultater fra modellen med faktisk omsatt volum og systempriser. Datasettet består av i størrelsesorden 800 bud for hver time. Resultatene fra kjøring av systemprismodellen mot Nord Pool Spot sine satte systempriser er vist i Tabell 5 under. Som en kan se av tabellen er resultatene rimelig nær hverandre med kun 7 enkelttimer som avviker med mer enn én EUR, og et største avvik på 1,29 EUR. Ved flertallet av avvikene sett modellen en lavere pris, noe som muligens kan forklares i det at blokkbud er utelatt da det er nærliggende å tro at det er mer blokkbud på tilbudssiden enn etterspørselssiden (Ravn, 2010). Når datasettet tolker alle budene som timesbud vil altså flere blokkbud bli omgjort til timesbud på salgssiden enn kjøpsiden og man vil effektivt presse prisene nedover.

Videre kan en se at retningen på prisendring fra time til time stemmer i 20 av 23 tilfeller. I forhold til volumer så stemmer tallene også rimelig greit. Modellen gir systempriser som matcher tilbud og etterspørsel i Nord Pools aggregerte kurver. En systempris på 83 EUR/MWh tilsvarer et tilbud på 37421,1 MW og en etterspørsel på 37191,6 MW i priskurvene. Dermed aksepterer modellen delvis salgsbudet på 83 EUR/MWh, der $q_1 = 0,3087$. På så måte setter modellen den riktige systemprisen slik at tilbud og etterspørsel samsvarer, og omsatt elektrisitet i time 1 er lik 37191,6 MW. Like fullt er jo avvik forventet, da også fleksible timesbud og manglende interpolering er mulige feilkilder. Det som derimot ikke gir helt mening for Nord Pools såkalt transparente prissetting er at gitt en systempris lik 78,81 EUR/MWh i time 1 er den faktiske etterspørselen 37653 MW og det faktiske tilbudet 35522 MW. Fra de tilgjengelige dataene på npspot.com var det omsatte volumet den aktuelle timen ved systempris lik 38543 MW. Det er derfor et underskudd på 3021 MW på tilbudssiden og 890 MW på etterspørselssiden. Dette skal skyldes at netto flyt ut og inn av markedene omfattet av Nord Pool ikke er inkludert i priskurvene. Men selv når man inkluderer netto flyt så går ikke tallene opp.

Tabell 5 - Validering av modell mot systempris 05.01.2011

Time	Systempris (EUR)		Avvik (EUR)	Time	Systempris (EUR)		Avvik (EUR)
	Nord Pool	Modell			Nord Pool	Modell	
1	78,81	79,00	0,19	13	83,96	83,00	-0,96
2	78,35	77,16	-1,19	14	83,73	83,00	-0,73
3	77,93	76,78	-1,15	15	83,19	82,48	-0,71
4	78,01	77,00	-1,01	16	84,03	83,00	-1,03
5	79,30	79,21	-0,09	17	84,41	83,55	-0,86
6	80,50	79,21	-1,29	18	84,39	83,55	-0,84
7	80,58	79,50	-1,08	19	83,59	83,59	0,00
8	82,90	82,00	-0,9	20	82,40	82,37	-0,03
9	84,14	83,30	-0,84	21	81,66	81,13	-0,53
10	84,19	83,30	-0,89	22	79,09	77,90	-1,19
11	83,97	83,00	-0,97	23	79,17	79,21	0,04
12	83,22	82,37	-0,85	24	77,45	77,29	-0,16

Markedskoblingsmodellen Som nevnt i forrige delkapittel ble markedskoblingsmodellene også tenkt validert på en tilsvarende måte. Denne type datasett med rundt 900 bud fra hvert område, til og med uten blokkbud, ble i meste laget for desktopmaskinene undertegnede hadde til rådighet. Problemet fikk 1 511 911 restriksjoner og kjørte den lokale maskinen tom for minne. Dette kan selvfølgelig også tilsa at modellen ikke nødvendigvis er effektiv i sin minnebehandling. Like fullt ble et slikt datasett kjørt gjennom en node i et linuxbasert regne-cluster med 24 GB RAM mot slutten av prosjektarbeidet. Det er dog ikke gjort noe utfyllende analyse av resultatene annet enn å se på et lite utvalg av spotprisene og sammenlikne mot faktiske priser. Tabell 6 under oppsummerer dette. 6 av 24 timer ble plukket ut, noe som tilsier 78 potensielt forskjellige spotpriser. 9 av disse prisene viste seg å avvike med mer enn 5 EUR/MWh. Ett av områdene i modellen endte i time 07-08 opp med rasjonering og en pris på 2000 EUR/MWh, noe som fører til det store avviket. Med et gjennomsnittlig avvik på -3,08 kan disse tallene også bygge oppunder teorien om at overvekt av blokkbud på tilbudssiden gjør at man ved å inkludere de som timesbud presser prisene kunstig langt ned. Uansett er det naturlig at avvikene blir større i en større og mer kompleks modell, og det var også forventet betydelige avvik da det er noen relativt store antakelser som er gjort i 5.2 ved fordeling av budene. Vedlagt digitalt ligger outputfil fra kjøring av datasettet og exceldokumentet som sammenlikner spotprisene mot faktisk i et utvalg på 6 av timene. Tross mangel på bekreftende validering herfra føler forfatterne dog likevel at de gjennom å ha brukt denne modellen videre i analysearbeidet er blitt fortrolige med dens riktighet ved kobling av flere områder.

Tabell 6 - Analyse av utvalg priser fra testcase med 13 områder

Kjøring av testcase 02112011	
Største avvik utvalg	1931,1
Nest største avvik utvalg	-18,0
Total utvalg priser	78
Antall absoluttavvik over 5 EUR	9
Gjennomsnittlig avvik uten rasjonering	-3,08

5.3.2 Kjøretid for markedskobling

Tabell 7 på neste side viser kjøretid som funksjon av antall blokkbud. Til å begynne ble modellen kjørt med 15% lenkede blokkbud. Modellen løser markedsklareringsproblemet på tilfredsstillende tid på inntil 2100 inkluderte blokkbud i testscenarioene. Over 2100 bruker modellen mer enn 16 minutter på å løse problemet, og man vil måtte gå over til heuristikker for å finne en akseptabel løsning raskere. Det ble forsøkt både å la alle blokkbudene være i et område og å spre de jevnt over de tre områdene uten at det gav noen entydige resultater. Med 121 budgivende aktører på NPS (Nord Pool Spot AS, 2011), tilsier tallene nevnt over i snitt mer enn 17 blokkbud per aktør. Basert på anonyme data fra deltagere på spotmarkedet til Nord Pool er 17 blokkbud per aktør tilstrekkelig.

Tabell 7 - Kjøretid som funksjon av antall blokkbud

Antall blokkbud		0	150	300	600	900	1200	1800	2400	3000
Kjøretid (s)	Med blokkavh.	11,0	148	149	13,2	159	148	105	969	3953
	Uten blokkavh.	11,0	11,2	11,1	12,6	19,9	16,5	89,1	14	15,1

Det ble observert store forskjeller i kjøretid så fort blokkavhengigheten (2.m) ble utelatt. Som nevnt ble forsøkene over først kjørt med 15% av blokkbud som lenkede. Videre vil da en forventet andel på 2,25 % ($0,15^2$) av lenkede blokkbud være lenket til et tredje blokkbud. Dersom man inkluderer 3000 blokkbud kan man forvente 10,1 lenker ($0,15^3 \cdot 3000$) der fire blokkbud er lenket sammen. Dette øker kompleksiteten betraktelig og er tydeligvis tungvint for solveren til Xpress-IVE å ta stilling til.

Heuristikker Ved bruk av en heuristisk tilnærming kan løsnings tidene kuttes drastisk. Problemet vil da ikke løses til optimalitet i alle tilfeller, men vil i de fleste tilfeller generere løsninger som er svært nære optimum. Det er likevel store forskjeller i ytelsen blant slike heuristikker. Forfatterne har selv ikke forsøkt seg på å lage noen heuristikker for problemet per dags dato. Tabell 8 under viser kjørerresultater fra Bid Cut-heuristikken til (Martin et al., 2010) og EMCC Optimizer (EMCC, 2009). Tidene er basert på et realistisk testcase med 600 blokkbud og 31700 interpolerte timesbudssegmenter.

Tabell 8 - Kjøretider for Martin et al. og EMCC

Algoritme	Gj.sn. kjøretid (s)	Løsning til optimalitet	Stoppet ved 10 min
Optimizer 2.1.2	361,4	24 %	22 %
Martin et al.	4,1	96 %	0 %

5.3.3 Paradoksalt avviste blokker

Som nevnt i 2.2.3 er paradoksalt avviste blokker et resultat av én eller flere faktorer kombinert med in the money-restriksjonen som følger av lineær prising: alt-eller-ingenting-restriksjonen, timesavhengigheten i blokkene eller lenking av blokkbud. En relaxering av én eller flere av disse restriksjonene i modellen skal derfor gi færre paradoksalt avviste blokker. Det første som skal testes er blokkavhengighet, med timesavhengighet og alt-eller-ingenting-restriksjonen fremdeles gjeldende. Dette resulterer i at antall paradoksalt avviste bud blir svært mye lavere, se Tabell 9 på neste side.

Tabell 9 - Paradoksalt avviste blokker med og uten blokklenking

Antall blokker	Med blokkavhengighet			Uten blokkavhengighet		
	Aksepterte blokkbud	Paradoksalt avv. blokker	% paradoksalt avv. blokker	Aksepterte blokkbud	Paradoksalt avv. blokker	% paradoksalt avv. blokker
600	208	11	1,83	212	3	0,50
900	303	10	1,11	317	3	0,33
1200	399	9	0,75	422	3	0,25
1800	595	24	1,33	634	2	0,11
2400	767	49	2,04	843	3	0,13
3000	949	55	1,83	1047	2	0,07

Grunnet den store differansen i kjøretid blir de neste forsøkene kjørt uten noen lenkede blokkbud. Tabellen nedenfor viser forskjellen i antall paradoksalt avviste blokker, med og uten alt-eller-ingenting-restriksjonen.

Tabell 10 - Paradoksalt avviste blokkbud og alt-eller-ingenting-restriksjon

Antall blokker	Med alt-eller-ingenting-restriksjon			Uten alt-eller-ingenting-restriksjon		
	Aksepterte blokkbud	Paradoksalt avv. blokker	% paradoksalt avv. blokker	Aksepterte blokkbud	Paradoksalt avv. blokker	% paradoksalt avv. blokker
600	212	3	0,50	214,1	1	0,17
900	317	3	0,33	319,33	1	0,11
1200	422	3	0,25	423,85	2	0,17
1800	634	2	0,11	638,65	3	0,17
2400	843	3	0,13	845,28	1	0,04
3000	1047	2	0,07	1045,61	2	0,07

Når alt-eller-ingenting-restriksjonen relaxeres, og delvis aksept av blokker er tillatt får vi naturlig nok færre paradoksalt avviste blokker. Enkelte blokker vil nå aksepteres delvis og totalt aksepteres det noen flere blokker. Relaxeringen av heltallskravet fører også til en kortere kjøretid for de syv scenarioene, den gjennomsnittlige kjøretiden faller fra 27,9 til 12,6 sekunder. Scenarioene viser fortsatt at enkelte paradoksalt avviste blokker genereres. Da to av de tre faktorene som skaper paradoksalt avviste blokker er fjernet, betyr det at timesavhengigheten mellom blokkbud alene er nok til å avvise blokker paradoksalt i modellen.

Resultatene i dette delkapitlet stemmer godt overens med resultatene presentert i (Meeus, 2006), som opplever tilsvarende fall i antall paradoksalt avviste blokker med relaxering av alt-eller-ingenting-restriksjonen. Meeus (2006) inkluderer derimot ikke blokkavhengighet, som viser seg å være en meget stor kilde til paradoksalt avviste blokker. Men så skal det påpekes at forfatterne egentlig ikke sitter på noen gode tall for hvor utbredt brukt lenkede blokkbud faktisk er.

6 Konklusjon

I denne oppgaven er det presentert to modeller basert på et blandet lineært heltallsproblem for å løse markedsklareringsproblemet som oppstår i elektrisitetsauksjoner. Den første modellen er en systemprismodell som maksimerer samfunnsøkonomisk overskudd ved å sette en systempris uten å ta hensyn til hvor bud faktisk kommer fra. Bud for kjøp og salg kan ha flere forskjellige former, i modellen representert ved timesbud, blokkbud og lenkede blokkbud. Timesbud er pris-volum par for enkelt time. Disse modelleres kontinuerlig. Blokkbud krever å bli akseptert med samme volum over flere budbestemte timer, noe som lager et kombinatorisk problem. Dersom all elektrisitet får flyte fritt så er markedet ferdig klarert. Hvis det derimot oppstår en eller flere flaskehals på overføringslinjene så må man klarere markedet på nytt med en markedskoblingsmodell. Denne innebærer for Nord Pools tilfelle å bestemme optimale spotpriser for elektrisk energi innad i hvert anmeldingsområde og således også sette flyten mellom områdene. Modellen løser problemet til optimalitet uten nevneverdige begrensninger på kjøretid.

Modellen for systempris genererer priser sammenlignbare med Nord Pools systempriser for utvalget timer det er testet for. Begge modeller gir kvalitativt logiske løsninger og akseptable kjøretider for de fleste datasett testet. Datasettene for markedskobling er imidlertid nedskalert, av beregningsmessige årsaker, fra hva forfatterne mener er en realistisk representasjon av spotmarkedet klarert av Nord Pool. I forhold til den kombinatoriske dimensjonen er størrelsen på datasettene tilstrekkelig. Når mengden blokkbud blir tilstrekkelig stor øker kjøretiden på modellen drastisk. Det vises at for store datasett kan kjøretiden overstige én time for å løse markedsklareringsproblemet til optimalitet. Dette er åpenbart for mye, da kraftbørser, blant andre Nord Pool, normalt setter maksimal kjøretid til rundt ti minutter. Det er dermed et behov for en heuristikk som kan garantere en god løsning innen rimelig tid.

Testcasene som er blitt kjørt viser at avhengighet mellom lenkede blokker øker kjøretiden betraktelig. Samtidig leder blokkavhengighet til en god del paradoksalt avviste blokkbud. Ved å utelukke lenkede blokkbud reduseres dermed kjøretiden og antall paradoksalt avviste blokker betraktelig. Videre kan antall paradoksalt avviste blokker reduseres noe ved å relaksere alt-eller-ingenenting kravet, men ikke fullstendig. Dette impliserer at den intertemporære egenskapen for blokkbudene er nok til å generere paradoksalt avviste blokker alene. Resultatene angående paradoksalt avviste blokkbud stemmer godt overens med tidligere publikasjoner (Meeus, 2006). Paradoksalt avviste blokkbud kan unngås ved å innføre ulinære prisingmodeller der budgiverne for blokkbud som taper penger, men tjener samfunnet, kan bli kompensert tapet. Det diskuteres derimot at kompleksiteten og tapet av transparens ulinær prising ikke vil veie opp for overskuddet en får ved å akseptere slike blokker. Det som da hadde vært interessant å se var hvor store synergier budgiverne faktisk har for å by blokkbud, lenkede eller ikke, og se om dette veier opp for det tilsynelatende samfunnsøkonomiske tapet påført av paradoksalt avviste blokkbud.

Bibliografi

Barroso, L.A. & Maurer, L.T.A., 2011. *Electricity auctions: an overview of efficient practices*. World Bank Publications.

Bye, T. et al., 2010. *Flere og riktigere priser - Et mer effektivt kraftsystem*. Oslo: Mandat fra Olje- og energidepartementet.

Crampton, P., 2003. *Electricity Market Design: The Good, the Bad, and the Ugly*. Proceedings of the Hawaii International Conference on System Sciences.

Dantzig, G., 1998. *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press.
EMCC, 2009. *EMCC Optimizer 2.0*. European Market Coupling Company (2.0) Tilgjengelig på: <http://www.marketcoupling.com/downloads> [Opplastet 1 Desember 2011].

EMCC, 2011. *The Concept of Market Coupling*. [Online] European Market Coupling Company Tilgjengelig på: <http://www.marketcoupling.com/market-coupling/concept-of-market-coupling> [Opplastet 1 Desember 2011].

Energi Norge, 2010. *Høringsuttalelse om rapport fra Ekspertutvalget om drift av kraftsystemet: "Flere og riktigere priser - et mer effektivt kraftsystem"*. Høringsuttalelse. Oslo: Olje- og Energidepartementet Energi Norge.

Glachant, J.M. & Sagan, M., 2007. *An Institutional Frame to Compare Alternative Market Designs in EU Electricity Balancing*. Cambridge: Faculty of Economics University of Cambridge.

Haubrich, H.-J., 2006. *Technical issues regarding open market coupling*. Scientific study. Technical issues regarding open market coupling: Technical issues regarding open market coupling Technical issues regarding open market coupling.

Joskow, P.L., 2006. *Competitive Electricity Markets and Investment in New Generating Capacity*. Working Paper. Boston: Working paper, MIT MIT.

Kirschen, D.S. & Strbac, G., 2004. *Fundamentals of power system economics*. Wiley.

Lie, Ø., 2010. Kritiserer hemmelighold av prisdata. *Teknisk Ukeblad*, 13 Desember.

Martin, A., Müller, J.C. & Pokutta, S., 2010. *On clearing coupled day-ahead electricity markets*. Artikkel. Tilgjengelig på: <http://ssrn.com/paper=1660528>.

Meeus, L., 2006. *Power exchange auction trading platform design*. PhD Thesis. Leuven: K.U.Leuven.

Nord Pool Spot AS, 2011. *About us: Goals and vision*. Tilgjengelig på: <http://npspot.com/About-us/Goals-and-vision/> [Opplaget 1 Desember 2011].

Nord Pool Spot AS, 2011. *Elspot Market Regulations - Trading Appendix 2a*. Trading Appendix. Lysaker: Nord Pool Spot AS Nord Pool Spot AS.

Nord Pool Spot AS, 2011. *Price calculation principles*. Tilgjengelig på: <http://npspot.com/How-does-it-work/Day-ahead-market-Elspot-/Price-calculation/Price-calculation-principles/> [Opplaget 1 Desember 2011].

Nord Pool Spot AS, 2011. *Striking the balance*. Annual report. Lysaker: Nord Pool Spot AS.

Ockenfels, A., Grimm, V. & Zoettl, G., 2008. *Electricity Market Design - The Pricing Mechanism of the Day Ahead Electricity Spot Market Auction on the EEX*. European Energy Exchange AG.

Ravn, H., 2010. *Day-ahead market clearing at Nord Pool Spot*. Geilo, 2010.

Rouquia Djabali, J.H.Y.L., 2010. *COSMOS description - CWE Market Coupling algorithm*. [Online] APX-ENDEX (final) Tilgjengelig på: http://www.apxindex.com/uploads/tx_abdownloads/files/COSMOS_public_description.pdf [Opplaget 1 Desember 2011].

Statnett, 2006. *SAKS Hovedrapport - Tiltak for å unngå eller mestre Svært Anstrengte KraftSituasjoner*. Tiltaksrapport. Statnett.

Wangensteen, I., 2007. *Power system economics*. Trondheim: Tapir academic press.