

Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse,
Faggruppe Investering, finans og økonomistyring

Modellering av produksjonsportefølje i vannkraftsektoren

Prosjektoppgave, 2004

Siri Line Hove Ås
Agnes Nybø

Forord

Denne rapporten er levert som besvarelse på en prosjektoppgave ved Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse ved NTNU høsten 2004. Prosjektoppgaven er utført i samarbeid med Trondheim Energiverk.

Vi vil gjerne takke veileder ved NTNU Stein Erik Fleten, og Stig Rolstadsaas, Erling Kylling og Henning Nymann ved Trondheim Energiverk. I tillegg vil vi takke Erik Leivestad fra VIZ for innspill angående bruk av softwaren Elviz, som er benyttet gjennom dett prosjektet.

Trondheim, 10.12.2004

Siri Line Hove Ås

Agnes Nybø

Sammendrag

Softwaren Elviz er et risikostyringsverktøy utviklet for kraftmarkedet. Gjennom denne prosjektoppgaven er dette verktøyet tatt i bruk for modellering av produksjonsporteføljen for Trondheim Energiverk Kraft AS (TEV Kraft).

I sine beregninger av fremtidig kontantstrøm og risiko (Value at risk-analyse) for gitte porteføljer bruker Elviz Risk Manager to ulike tilnærminger:

- Elviz Cash flow at risk with price and production paths
- Elviz Cash flow at risk

Den første tilnærmingen er basert på historiske tilsig, og henter inn sammenhørende pris- og produksjonsrekker fra Samkjøringsmodellen og Vansimtap. Dette er nærmere beskrevet i kapittel 7 og 8. Det andre modelleringsalternativet, Elviz Cash flow at risk, genererer en kontinuerlig forwardkurve for pris basert på markedsdata fra Nord Pool. Gjennomsnittlig forventet produksjon blir beregnet i Vansimtap. Kontantstrøm og risiko beregnes ved at også standardavvik i produksjon og korrelasjon mellom pris og produksjon for analyseperioden spesifiseres. Analysen gjennomføres ved bruk av Monte Carlo simulering.

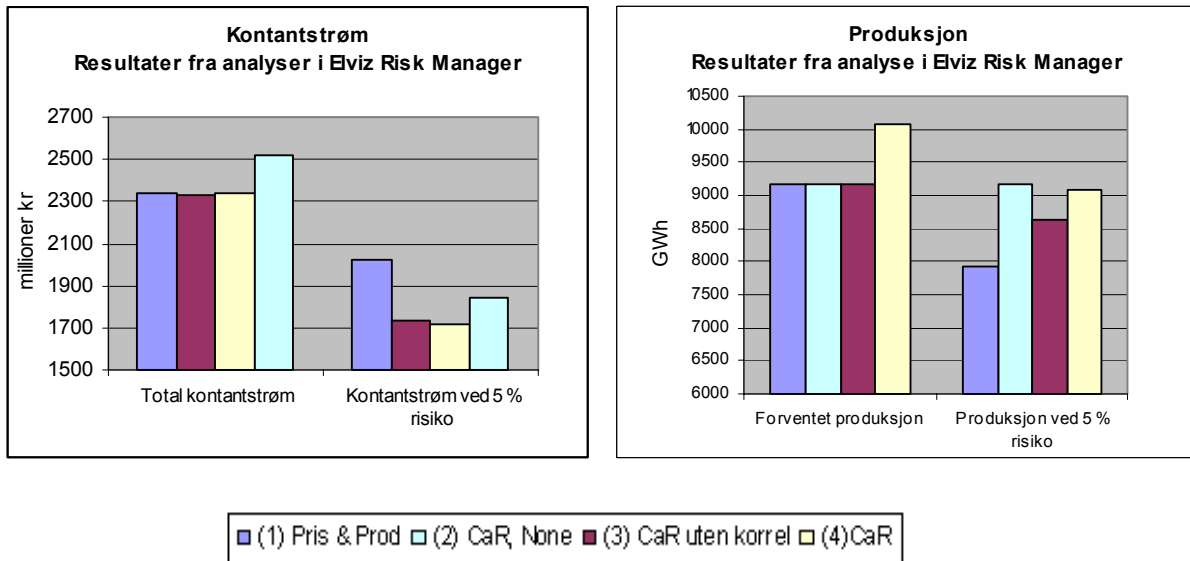
Første del av denne rapporten beskriver hvordan forwardprisen og volatilitet i markedet kan modelleres. Betrachtingene er i utgangspunktet generelle, men knyttet opp mot løsninger benyttet i Elviz. Dette innebærer at verdsetting av opsjoner ved bruk av Black '76 danner grunnlaget for modellering av volatiliteten i markedet. Forwardprisen modelleres ved bruk av en trefaktormodell.

For den markedsbaserte modellen, Elviz Cash flow at risk, er estimering av standardavvik i produksjonen, samt korrelasjon mellom pris og produksjon svært viktig. En metode å bestemme verdier for disse, er å se på historiske data. Produksjonsdata for TEV for de siste 7 år er analysert og sammenstilt med Nord Pools systempris for samme periode. Dette kan gi en indikasjon på fortegn og størrelse for parametrene, men for å øke nytteverdien av en slik analyse, bør data for en lengre periode benyttes.

Pris- og produksjonsrekker beregnet i henholdsvis Samkjøringsmodellen og Vansimtap er også analysert for å finne indikasjoner på standardavvik i produksjonen og korrelasjon mellom pris og produksjon. Også her hadde det vært ønskelig med data over en lengre periode, slik at det anbefales at TEV oppretter en database for tidligere beregnede pris- og produksjonsrekker, slik at informasjonen i disse kan utnyttes bedre.

Historiske data og beregnede data fra Samkjøringsmodellen og Vansimtap er godt sammenfallende når det gjelder standardavvik i produksjonen. Resultatene stemmer også overens med egenskapene som er forventet, nemlig høyt standardavvik om sommeren og lavt standardavvik for store deler av vinteren, med en liten topp nær vårflommen. Korrelasjonen mellom pris og produksjon er vanskeligere å modellere. Dataene analysert, både historiske og beregnede verdier fra Samkjøringsmodellen og Vansimtap, og forventninger om visse sesongavhengige egenskaper gir sprikende resultater for hvordan korrelasjonen kan beskrives, både når det gjelder størrelse og fortegn.

Analyse av kontantstrømmer fra en testportefølje er benyttet for å sammenlikne resultater fra de to ulike modelleringene (Elviz Cash flow at risk with price and production paths og Elviz Cash flow at risk). For Elviz Cash flow at risk er produksjonen estimert med og uten usikkerhet. Analysene er også foretatt med og uten inntastet korrelasjon mellom pris og produksjon. Korrelasjonen benyttet er basert på samvariasjon mellom pris- og produksjonsrekker fra Samkjøringsmodellen og Vansimtap. Analyser utført med en slik korrelasjon avviker tydelig fra de andre analysene, dette kan indikere at korrelasjon benyttet ikke er korrekt, og det bør derfor søkes å finne bedre estimat for disse. Figur I viser de viktigste resultatene, og synliggjør at forventningsverdi for de tre første modellene er svært like, men at det er større forskjeller knyttet til risikoen. Resultatene er fyldigere diskutert i kapittel 13,14 og 15. Til slutt i denne rapporten er også de viktigste fordelene og ulempene ved de to modellene, Elviz Cash flow at risk with price and production paths og Elviz Cash flow at risk, diskutert.



Figur I: Kontantstrøm og produksjon for ulike analyser i Elviz Risk Manager.

- (1): Analyse utført ved bruk av pris- og produksjonsrekker.
- (2): Cash flow at risk analyse hvor produksjonen er estimert uten usikkerhet
- (3): Cash flow at risk analyse, produksjon estimert med usikkerhet. Korrelasjon mellom pris og produksjon er satt til 0.
- (4): Cash flow at risk analyse, produksjon estimert med usikkerhet. Korrelasjon mellom pris og produksjon.

Innledning

Gjennom denne prosjektoppgaven har vi sett på modellering av produksjonsportefølje og risikostyring for en bedrift i elektrisitetsmarkedet. Prosjektoppgaven er utført i samarbeid med Trondheim Energiverk Kraft AS (TEV Kraft).

Vi har arbeidet med softwaren Elviz, som er et risikostyringsverktøy utviklet for det nordiske kraftmarkedet. Elviz estimerer fremtidig kontantstrøm og risiko for gitte porteføljer. TEV Kraft er bruker av Elviz, og ønsket å studere aspekter ved dette verktøyet nærmere.

I sine beregninger bruker Elviz to ulike tilnærminger: En tradisjonell tilnærming basert på historiske tilsig, og en mer markedsbasert tilnærming. Vi har studert disse to modellene, med hensyn på resultatenes utfallsrom, nødvendige inputs og estimering av disse. Vi har også sett nærmere på matematisk grunnlag for modellering av fremtidige pris og produksjonsrekker, samt usikkerhet. Til slutt har vi diskutert de viktigste forskjellene ved de to modelleringsmetodene benyttet i softwaren Elviz.

Innholdsfortegnelse

1	Elviz risikostyringssystem.....	1
1.1	Elviz Frontmanager.....	1
1.2	Elviz Contract Manager.....	1
1.3	Elviz Risk Manager.....	2
1.4	Konseptet Value at Risk.....	2
2	Det nordiske kraftmarkedet	3
2.1	Nord Pool.....	3
2.2	Forutsetninger om markedet	3
3	Verdsettelse av kraftopsjoner	4
3.1	Black' 76 modellen.....	4
3.1.1	Europeiske opsjoner	5
3.1.2	Asiatiske opsjoner.....	7
3.1.3	Implisitt volatilitet i Elviz.....	8
3.1.4	Sesongvarierende volatiliteter i Elviz.....	8
4	Generering av volatilitetskurve.....	10
5	Generering av kontinuerlig forwardkurve for pris.....	11
5.1	Matematisk grunnlag	11
5.2	Praktisk tilnærming.....	12
6	Monte Carlo simuleringer.....	14
7	Generering av prisrekker ut ifra historiske data.....	15
8	Generering av produksjonsrekker ut ifra historiske data.....	16
9	Bruk av risikostyringssystemet Elviz Risk Manager.....	17
9.1	Elviz Risk Manager, Cash flow at risk with price and production paths	17
9.2	Elviz Risk Manager, Cash flow at risk	17
10	Standardavvik for produksjon	18
10.1	Elementære egenskaper	18
10.2	Historiske data	18
10.3	Forventet fremtidig produksjon fra Vansimtap.....	19
10.4	Forslag til modellering i Elviz	20
11	Korrelasjon pris – produksjon	22
11.1	Elementære egenskaper	22
11.2	Historisk korrelasjon.....	25
11.3	Forventet korrelasjon mellom pris og produksjon fra Samkjøringsmodellen og Vansimtap.....	27
11.4	Forslag til modellering i Elviz	29

12	Nødvendige inputs til Elviz.....	30
12.1	Testportefølje.....	30
12.2	Analyseperiode.....	30
12.3	Antall simuleringer.....	30
12.4	Inputs Elviz Risk Manager, Cash flow at risk with price and production paths.....	31
12.4.1	Prisrekker fra Samkjøringsmodellen.....	31
12.4.2	Produksjonsrekker fra Vansimtap.....	34
12.5	Inputs Elviz Risk Manager, Cash flow at risk.....	35
12.5.1	Forwardkurve fra Elviz Front Manager.....	35
12.5.2	Volatilitetskurver fra Elviz Front Manager.....	35
12.5.3	Estimering av produksjon.....	37
12.5.4	Standardavvik i produksjon.....	39
12.5.5	Korrelasjon mellom produksjon og pris.....	40
12.5.6	Andre muligheter.....	41
13	Resultater fra Elviz Risk Manager, Cash flow at risk with price and production paths.....	42
14	Resultater fra Elviz Risk Manager, Cash flow at risk.....	45
14.1	Produksjon estimert uten usikkerhet.....	45
14.2	Produksjon estimert med usikkerhet.....	48
14.3	Ukesbasis eller 4 ukers basis for korrelasjon og standardavvik.....	50
14.4	Avvik mellom analyser med samme inputs.....	51
15	Sammenligning av de to modellene.....	53
16	Styrker og svakheter ved Elviz Risk Manager, Cash flow at risk with price and production paths.....	56
17	Styrker og svakheter ved Elviz Risk Manager, Cash flow at risk (CaR).....	58
18	Konklusjon.....	59
19	Kilder og referanser.....	60
	<i>Vedlegg 1: Testportefølje.....</i>	<i>60</i>
	<i>Vedlegg 2: Pris- og produksjonsrekker fra Samkjøringsmodellen og Vansimtap.....</i>	<i>62</i>
	<i>Vedlegg 3: Forwardkurve for pris.....</i>	<i>63</i>
	<i>Vedlegg 4: Opsjonsark fra Elviz Front Manager.....</i>	<i>64</i>
	<i>Vedlegg 5: Volatilitetskurve for forwardpris.....</i>	<i>65</i>
	<i>Vedlegg 6: Opprinnelig oppgavetest fra TEV.....</i>	<i>66</i>

1 Elviz risikostyringssystem

Softwareleverandøren VIZ har utviklet risikostyringsverktøyet Elviz for energimarkedet. Elviz håndterer finansielle (europeiske, amerikanske og asiatiske) opsjoner og fysiske porteføljer (produksjon m.m.). Elviz kan brukes i et flervaluta- og flerområdemarked.

De viktigste byggeklossene i Elviz er:

- Elviz Front Manager
- Elviz Contract Manager
- Elviz Risk Manager

I tillegg finnes Elviz Datamanager og Elviz Update Tool. (Disse er ikke benyttet i denne prosjektoppgaven.)

1.1 Elviz Frontmanager

I Elviz Front Manager hentes det inn markedsinformasjon fra Nord Pool. Dette inkluderer priser på spot og derivater omsatt siste avsluttede handelsdag, eller eventuelt en annen historisk dato. Informasjon om bevegelser i opsjonsmarkedet kan også hentes inn. Ved hjelp av disse dataene, kan kontinuerlig forwardkurve for spotpris, samt ulike volatilitetsgrafer genereres.

1.2 Elviz Contract Manager

Etter hvert som nye kontrakter inngås, blir de lagt inn i Contract Manager med kontrakttype, volum og pris. Siden simuleringene foregår med de innlagte kontrakter som inputs, er det viktig at porteføljen til enhver tid er oppdatert. Ved hjelp av en delete/active funksjon kan man velge hvilke kontrakter i porteføljen som skal være aktive. På denne måten kan man for eksempel se hvordan en enkeltkontrakt eller de ulike typer kontrakter påvirker det økonomiske resultat og produksjonen. Dette er ikke sett videre på i dette prosjektet.

Data hentet inn i Elviz Front Manager og Elviz Contract Manager legger grunnlaget for simuleringer i Elviz Risk Manager.

1.3 Elviz Risk Manager

Basert på gitte inputs kan Elviz Riskmanager benyttes til å estimere fremtidig kontantstrøm (eventuelt profitt), og fremtidig produksjon for den gjeldende porteføljen. Dette kan gjøres ved to ulike tilnærminger: en modell som bruker hovedsakelig markedsinformasjon og en modell basert på historiske pris- og produksjonsrekker. De to ulike tilnærmingene er nærmere beskrevet i avsnitt 9.1 og 9.2.

1.4 Konseptet Value at Risk

Med en Value at Risk analyse ønskes det å kalkulere nedside risiko (downside risk) for fremtidig markedsverdi av en gitt portefølje. Risikoen beregnes ved et gitt signifikansnivå; ofte beregnes verdier ved 5 % risiko. Når det videre i denne rapporten refereres til kontantstrøm (eventuelt produksjon) ved 5 % risiko eller 5 % nedfall, menes det at forventet kontantstrøm (eventuelt produksjon) med 95 % sannsynlighet ligger over dette nivået.

I den markedsbaserte modellen benyttet i Elviz, blir markedsinformasjon hentet inn og bearbeidet for å estimere forward prisfunksjon, fremtidig verdi av produksjon og volatilitet i markedet. Forwardkurven med usikkerhet representeres av en trefaktormodell. Monte Carlo simulering blir benyttet for å generere sannsynlighetsfordelingen for en porteføljes fremtidige markedsverdi.

I de neste avsnittene skal vi nå se nærmere på modellering av pris, produksjon og usikkerhet i det nordiske kraftmarkedet. Tilnærmingene beskrevet er i utgangspunktet generelle, men de er koblet opp mot løsninger benyttet i softwaren Elviz.

2 Det nordiske kraftmarkedet

2.1 Nord Pool

Den nordiske kraftbørsen Nord Pool gir aktørene i energimarkedet mulighet til pris-hedging og risikostyring gjennom finansielle kontrakter. De finansielle elektrisitetskontraktene omsatt i Nord Poolsystemet er standardiserte produkter, og Nord Pool fungerer som tredjepart i oppgjøret. Derivater omsatt på Nord Pool inkluderer futureskontrakter, forwardkontrakter og put- og callopsjoner

Futureskontrakter er standardiserte dags- og ukes kontrakter, mens forwardkontrakter gjelder for måned, kvartal, sesong eller år. Opsjonene omsatt på Nord Pool er av typen europeiske opsjoner, og dette innebærer at de kun kan utløses på et gitt tidspunkt, spesifisert i kontrakten. Informasjon som har innvirkning på priser i markedet, blir kontinuerlig publisert av Nord Pool.

Det er også mange kontrakter i markedet som ikke blir inngått via Nord Pool. Dette gjelder for eksempel avtaler mellom to energiprodusenter. Asiatiske opsjoner er en type kontrakter som ikke kan handles gjennom Nord Pool, men som likevel eksisterer i det nordiske kraftmarkedet. TEV har kontrakter av denne typen.

2.2 Forutsetninger om markedet

Gjennom denne rapporten er det, i tråd med moderne finanst teori, gjort følgende antagelser om markedet:

- Prinsippet om value additivity gjelder
- Fravær av arbitrasje i markedet
- Markedet er rasjonelt og konkurransedyktig

Disse antagelsene er en forutsetning for å kunne bruke finansielle modeller som for eksempel Black' 76, og softwaren Elviz er også basert på at disse antagelsene er oppfylt.

3 Verdsettelse av kraftopsjoner

Basert på omsetningen av derivater på det nordiske kraftmarkedet (Nord Pool), kan det genereres en kontinuerlig forwardkurve for pris. Derivater av typen forward- og futureskontrakter, som ikke er brukt i genereringen av den opprinnelige kurven, verdsettes ut ifra denne priskurven. Forward- og futureskontrakter har en lineær eksponering for fremtidig usikkerhet.

Opsjoner er derivater som har en ikke-lineær (asymmetrisk) eksponering for fremtidig usikkerhet. Dette vanskeliggjør modelleringen av usikkerheten, noe som igjen fører til at verdsettelse av opsjoner er en mer krevende prosess. En vanlig tilnærming til verdsetting av opsjoner er Black' 76.

Det nordiske kraftmarkedet er dominert av vannkraft, og dette gjør at kraftprisene er sterkt påvirket av nedbør og temperatur. Effekten forsterkes av at forbruket er temperaturavhengig. Prisene i kraftmarkedet er svært volatile (usikre), og volatiliteten er også sterkt sesongavhengig.

3.1 Black' 76 modellen

For verdsetting av opsjoner i kraftmarkedet benyttes ofte Black' 76 modellen. Dette er en modifisert utgave av den mer kjente Black & Scholes formelen, og den er tilpasset bruk i kraftmarkedet.

Black'76 kan brukes for å finne en tilnærmet verdi for europeiske og asiatiske elektrisitetsopsjoner. I følge denne formelen må forwardprisen og volatiliteten foreligge for å kunne evaluere standard europeiske puts og calls. Bruk av Black'76 innebærer at man antar at betingelsene skissert i avsnitt 2.2 gjelder. I tillegg antas det at prisen på underliggende er lognormalfordelt.

3.1.1 Europeiske opsjoner

Black'76 kan benyttes for å finne verdien av en europeisk opsjon. Ved bruk av Black'76 benytter man den fremtidige forward prisen i markedet som underliggende (jfr. avsnitt 3). For en hypotetisk call-opsjon med tid $\tau-t$ til utløsning, skrevet på den fremtidige forwardprisen $f(\tau, T)$ med tid $T-t$ til levering, kan verdien av call-opsjonen representeres ved den forventede diskonterte framtidige pay-off. Når den fremtidige forwardprisen er lognormalfordelt (som antatt her), er verdien på call-opsjonen ved tid t gitt ved Black'76 formelen i likning (1):

$$\begin{aligned} V_t [1_\tau (f(\tau, T) - K)^+] &= E_t^* [e^{-r(\tau-t)} (f(\tau, T) - K)^+] \\ &= e^{-r(\tau-t)} f(t, T) N(d_1) - e^{-r(\tau-t)} K N(d_2) \end{aligned} \quad (1)$$

I det elektriske forwardmarkedet blir de underliggende råvarer levert ved en konstant rate over tiden $[T_1, T_2]$. Dersom det antas at forwardprisen blir betalt som en konstant kontantstrøm gjennom leveringsperioden (ved raten $F(\tau, T_1, T_2)/(T_1, T_2)$ per tidsenhet), sees det at den europeiske call-opsjonen kan skrives på pay-off $F(\tau, T_1, T_2)$, der τ er utløsningsdatoen. Verdien av call-opsjonen blir da:

$$C_E = e^{-r(\tau-t)} \{F(\tau, T_1, T_2) N(d_1) - K N(d_2)\} \quad (2)$$

der

$$d_1 \equiv \frac{\ln\left(\frac{f(t, T)}{K}\right) + \frac{1}{2} v_E^2 (\tau - t)}{v_E \sqrt{\tau - t}} \quad d_2 \equiv d_1 - v_E \sqrt{\tau - t}$$

$F(t, T_1, T_2)$: forwardpris for en kontrakt med levering over perioden $[T_1, T_2]$ (observert i markedet eller kalkulert fra forwardprisfunksjonen i likning (13))

$f(t, T)$: forwardprisen ved tid t for en kontrakt med leveringsdato $T > t$

r : risikofri rente

τ : utløsningsdato for opsjonen

T : leveringsdato for den underliggende kontrakt

K : strike

$N(\cdot)$: den standard kumulative normalfordelingsfunksjonen

v_E : plug-in volatiliteten for den underliggende usikre pay-off

Plug-in volatiliteten er gitt som en funksjon av tid til utløsning av opsjonen ($\tau-t$), tid til start av levering av den underliggende forwardkontrakten (T_1-t), og tid til slutt av levering (T_2-t). Plug-in volatiliteten er definert ved likning (3):

$$v_E(t, \tau, T_1, T_2) \equiv \sqrt{\frac{\text{Var}_t\left[\frac{\ln(F(\tau, T_1, T_2))}{F(t, T_1, T_2)}\right]}{(\tau - t)}} \quad (3)$$

Ved antagelsen om arbitrasjefrihet kan put-call pariteten benyttes for å finne verdier for put-opsjoner. Verdien for en europeisk put-opsjon blir dermed:

$$p_E = c_E - F(t, T) + Ke^{-r(\tau-t)} \quad (4)$$

eller skrevet på samme form som likning (2):

$$p_E = e^{-r(\tau-t)} \{K N(-d_2) - F(t, T_1, T_2) N(-d_1)\} \quad (5)$$

3.1.2 Asiatiske opsjoner

Verdisettingen for asiatiske opsjoner blir lignende verdissetingen av europeiske opsjoner. En asiatisk opsjon er skrevet på den gjennomsnittlige spotprisen observert over en spesifisert periode $[T_1, T_2]$. Det ønskes å finne en verdivurdering av en asiatisk opsjon med strike K og utløstid T_2 , skrevet på det aritmetiske gjennomsnittet $A(T_1, T_2)$. Når den fremtidige spotprisen er lognormal, finnes det ingen kjent sannsynlighetsfordeling for det aritmetiske gjennomsnittet. I Black'76 løser en dette problemet ved å finne den teoretiske forwardprisen (altså en approksimasjon). Verdien på en asiatisk call-opsjon kan da skrives som:

$$c_A = e^{-r(T_2 - t)} \{F_t[A(T_1, T_2)] N(d_1) - K N(d_2)\} \tag{6}$$

der

$$d_1 \equiv \frac{\ln\left(\frac{F_t[A(T_1, T_2)]}{K}\right) + \frac{1}{2} v_A^2 (T_2 - t)}{v_A \sqrt{T_2 - t}} \qquad d_2 \equiv d_1 - v_A \sqrt{T_2 - t}$$

$N(\cdot)$: den standard kumulative normalfordelingsfunksjonen

$A(T_1, T_2)$: aritmetisk gjennomsnitt for spotprisen over perioden $[T_1, T_2]$

$F_t[A(T_1, T_2)]$: den aritmetiske gjennomsnittet for forwardprisen i tidspunkt t

r : risikofri rente

v_A : plug-in volatiliteten for den underliggende usikre pay-off

og plug-in volatiliteten er definert ved likning (7)

$$v_A(t, T_1, T_2) \equiv \sqrt{\frac{Var_t\left[\ln\left(\frac{A(T_1, T_2)}{F_t[A(T_1, T_2)]}\right)\right]}{(T_2 - t)}} \tag{7}$$

Som for europeiske opsjoner gjelder også her put-call pariteten, og verdien av den asiatiske put-opsjonen blir:

$$p_A = e^{-r(T_2 - t)} \{X N(-d_2) - F_t A(T_1, T_2) N(-d_1)\} \tag{8}$$

3.1.3 Implisitt volatilitet i Elviz

Elviz henter informasjon om den implisitte volatiliteten fra opsjoner omsatt i markedet. Den implisitte volatiliteten representerer her den plug-in volatiliteten som gjør at opsjonens verdi, beregnet ved Black'76, svarer til den observerte markedsprisen.

3.1.4 Sesongvarierende volatiliteter i Elviz

Bjerksund, Rasmussen og Stensland [1] benytter følgende volatilitetsfunksjon i sin analyse av handelen i elektrisitetsmarkedet:

$$\sigma(t, \tau) = \frac{a}{(\tau - t) + b} + c \quad (9)$$

der a , b og c er positive konstanter, og $\sigma(t, \tau)$ representerer plug-in volatilitetene fra Black'76 for europeiske og asiatiske opsjoner. Det er verdt å merke seg at denne volatiliteten er en momentan volatilitet som funksjon av tiden til levering, $\tau - t$.

Sammenhengen i likning (9) er brukt for å legge til muligheter for sesongvariasjoner av volatiliteten i Elviz. Dette er gjort ved hjelp av en generalisert representasjon der den momentane volatiliteten er et vektet gjennomsnitt av betinget momentane volatilitetsfunksjoner

$$\sigma(t, \tau) = \left(\frac{a_1}{(\tau - t) + b_1} + c_1 \right) \lambda(\tau) + \left(\frac{a_2}{(\tau - t) + b_2} + c_2 \right) (1 - \lambda(\tau)) \quad (10)$$

der

$\lambda(\tau) \in [0, 1]$ er en stykkevis lineær og kontinuerlig vektingsfunksjon for levering ved tid τ (gitt i år) med de følgende egenskapene:

$\lambda(\tau + n) = \lambda(\tau)$ for alle τ , og n er et heltall

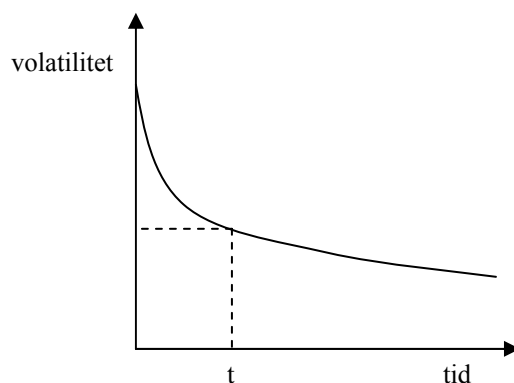
$\lambda(\tau_1) = 1$

$\lambda(\tau_2) = 0$

I Elviz blir denne funksjonen brukt ved at det kan legges inn to sett med verdier for volatiliteter i Frontmanager, typisk et sett for volatiliteten ved midtsommer og et sett med volatiliteter ved midtvinter. De datoene som ligger mellom disse to datoene blir tilegnet en volatilitet ved hjelp av vektingsfunksjonen som er vist i likning (10).

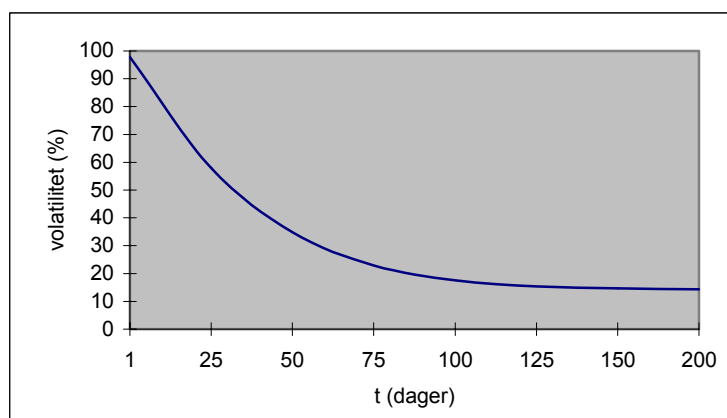
4 Generering av volatilitetskurve

Med bakgrunn i hvordan opsjoner i markedet verdsettes (jfr. kapittel 3), kan en kontinuerlig volatilitetskurve for forwardpris genereres. Volatilitetskurven dannes ut ifra en trepunkts kurve. En slik kurve starter typisk med en høy verdi, representert ved volatiliteter for kontrakter nær levering. Etter en tid t vil volatiliteten synke til en medium verdi, som er gitt av volatiliteten for opsjoner med levering ved dette tidspunktet. Etter hvert som tiden går, vil volatiliteten stabilisere seg på et nivå som blir kalt asymptotisk volatilitet. Disse tre punktene, som finnes ved hjelp av Black'76, blir brukt til å trekke opp volatilitetskurven. Figur 1a viser et eksempel på en slik kurve.



Figur 1a: Typisk form for volatilitetskurve for forwardprisen

Volatilitetsformen vist i figur 1a stemmer overens med empiriske data. Figur 1b viser et eksempel hentet fra en empirisk undersøkelse gjennomført av Solibakke [5] på Nord Pools systempris. Det er tatt utgangspunkt i at volatiliteten for en forwardkontrakt på en dag med utløsedato i morgen er 100 %. Grafen viser forventet volatilitet for en forwardkontrakt med utløsedato t .



Figur 1b: Volatilitetskurve estimert fra empirisk undersøkelse av systemprisen fra Nord Pool, 1992-2000

5 Generering av kontinuerlig forwardkurve for pris¹

5.1 Matematisk grunnlag

Prisdynamikken for forwardprisen til en kontrakt, $f(t,T)$, ved tidspunkt t og med levering ved $T \geq t$ kan uttrykkes ved likning (11):

$$\frac{\partial f(t,T)}{f(t,T)} = \left(\frac{a}{T-t+b} + c \right) dW^*(t) \quad t \leq T \quad (11)$$

a , b og c er positive konstanter.

$dW^*(t)$ er inkrementet til en standard Brownsk bevegelse, med forventningsverdi og varians (mhp t) lik henholdsvis 0 og dt . I henhold til Martingale-prinsippet blir forventningsverdien til likning (11) da 0.

Forwardprisen på kontrakten på et fremtidig tidspunkt τ er antatt lognormal, og er gitt ved likning (12).

$$f(\tau,T) = f(t,T) \exp \left[\int_t^\tau \left(\frac{a}{T-t+b} + c \right) dW^*(s) - \frac{1}{2} \int_t^\tau \left(\frac{a}{T-t+b} + c \right)^2 ds \right] \quad \tau \in [t,T] \quad (12)$$

Likning (11) og (12) tilsvarer bruk av en enfaktor modell. En trefaktor modell kan representeres på liknende måte. I en trefaktor modell kan forwardprisen ved tidspunkt τ på en kontrakt uttrykkes ved likning (13).

$$f(\tau,T) = f(t,T) \exp \left[\int_t^\tau \left(\frac{a}{T-s+b} + c \right) dW_1^*(s) - \frac{1}{2} \int_t^\tau \left(\frac{a}{T-s+b} + c \right)^2 ds \right] \times \\ \exp \left[\int_t^\tau \left(\frac{2ac}{T-s+b} \right)^{\frac{1}{2}} dW_2^*(s) - \frac{1}{2} \int_t^\tau \frac{2ac}{T-s+b} ds \right] \times \exp \left[\int_t^\tau c dW_3^*(s) - \frac{1}{2} \int_t^\tau c^2 ds \right] \\ \tau \in [t,T] \quad (13)$$

¹ Modellen i dette avsnittet er hentet fra artikkelen "Valuation and Risk Management in the Norwegian electricity market" [1].

a, b og c er de positive konstantene fra likning (11). Disse bestemmes slik at modellen hele tiden er konsistent med markedet.

$dW_1^*(s)$, $dW_2^*(s)$ og $dW_3^*(s)$ er inkrementene til tre ukorrelerte standard Brownske bevegelser.

En slik trefaktor modell for generering av forwardpriskurven benyttes i Elviz Risk Manager.

5.2 Praktisk tilnærming

For å representere markedet, må det først velges ut kontrakter som vil virke som ”benchmark instruments.” Deretter må det for hvert av disse instrumentene spesifiseres en representasjon av markedsprisen. Dette kan være en spesifisering av

- Bid price
- Ask price
- Bid- ask price range

De to først alternativene evaluerer hvert benchmark instrument ved en gitt pris (henholdsvis bid eller ask), mens det siste alternativet innebærer at hvert instrument evalueres innen for sitt bid-ask intervall, og forwardkurven genereres med hensyn på dette.

Det er viktig å oppnå en forwardprisfunksjon som er kompatibel med forward markedet. Kontinuerlig handel i et konkurransedyktig marked (som Nord Pool) fører til at de observerte prisene genererer en rimelig glatt kurve? Det er derfor ønskelig at funksjonen som modellerer forward prisene, $f(\tau, T)$, gir en glatt kurve. Kriteriet maksimum glatthet (Maximum smoothness criterium) [2] er ofte brukt for å bestemme parameterne som inngår i $f(\tau, T)$.

Forwardmarkedet må i tillegg til $f(\tau, T)$ modelleres med en volatilitetsfunksjon (jfr. kap. 4). Etter at funksjonen for forwardpris, $f(\tau, T)$, og volatilitetsfunksjonen er bestemt, blir mulige prisrekker simulert ved gjentatte utrekninger av $f(\tau, T)$ (likning 13), gitt markedsinformasjon. Først blir forwardkurven for neste periode simulert ved å integrere over dette tidsintervallet og ved bruk av prisen for denne perioden. Sammen med volatilitetskurven blir denne forwardkurven benyttet for å beregne forwardkurven for den påfølgende perioden. Modellen gir mean reversion i priser (prisen svinger rundt en midlere verdi). I tillegg oppnår man høye

(og korrekte i forhold til opsjonsmarkedet) kortsiktige volatiliteter, mens man får lave volatiliteter for priser på lang sikt. Dette stemmer bra med empiriske data samt egenskaper for volatilitetskurven (jfr. figur 1, kapittel 4).

Volatiliteten i markedet føre til at det for en analyseperiode vil genereres et stort antall forwardprisfunksjoner. Disse vil til sammen representere markedet. For kontantstrømanalyser kan en simuleringsmetode benyttes for å trekke ut et representativt utvalg av disse prisfunksjonene. En mye benyttet metode er Monte Carlo simulering.

6 Monte Carlo simuleringer

Når et problem ikke kan løses analytisk, bruker man innen matematikken som regel en numerisk metode, i samme situasjoner innen statistikk blir det brukt en form for simulering. Dersom man ønsker å komme frem til en sannsynlighetsfordeling av resultatene fra en kombinasjon av mange variabler som har usikkerhet knyttet til seg, kan man bruke Monte Carlo simulering. Monte Carlo simulering er en stokastisk beregningsmetode som baserer seg på tilfeldige utvalg av kjente verdier. Når man for eksempel søker den statistiske fordelingen til funksjonen y , der y er en funksjon av et antall stokastiske variabler (x_1, x_2, \dots, x_n) slik at $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, kan en stikkprøve på funksjonen y finnes gjennom Monte Carlo metoden.

For å bruke Monte Carlo simulering kreves det at frekvensfunksjonen til x_1, x_2, \dots, x_n er kjent slik at fordelingsfunksjonen også er kjent. I Elviz benyttes det at man kjenner egenskapene til de ulike opsjonene og typene kontrakter, dette er hentet fra Black'76 teorien. Simuleringer foretas ved at det genereres et tilfeldig tall mellom 0 og 1000 for hver variabel. Dette tilfeldige tallet deles med 1000 slik at verdien blir mellom 0 og 1, denne verdien blir da betraktet som verdien på fordelingsfunksjonen. Ved hjelp av fordelingsfunksjonen blir den tilhørende verdien på variablene x_1, x_2, \dots, x_n bestemt. Gjennom den første tilfeldige verdien for variablene x_1, x_2, \dots, x_n , blir så den tilfeldige verdien for funksjonen $f_1(x_1, x_2, x_n)$ beregnet. Videre blir prosedyren gjentatt et stort antall ganger, og resultatene fremstilles i form av en statistisk sannsynlighetsfordeling, alternativt kan middelveien og standardavviket beregnes. Det finnes flere variansreducerende teknikker i forbindelse med Monte Carlo simulering, for eksempel bruk av antitetiske variater eller kontrollvariater [6].

7 Generering av prisrekker ut ifra historiske data

En kurve for fremtidig prisutvikling kan genereres ut ifra historiske data. Prisen på elektrisitet i det nordiske kraftmarkedet er, som nevnt tidligere, sterkt avhengig av tilsiget (nedbør og snøsmelting i nedslagsfeltene) til vannmagasinene. En modell for generering av prisrekker ut ifra historisk tilsigsstatistikk er Samkjøringsmodellen.

Samkjøringsmodellen er en modellering av produksjonsanlegg, forbruksmønster og utvekslingsforbindelser i det nordiske kraftmarkedet og brukes til å generere prisrekker for elektrisitet. Modellen inneholder tilsigsdata for 70 år (1931-2000), og genererer prisrekker som gjenspeiler forventet spotpris per uke i simuleringsperioden gitt at historiske tilsigsår gjentaes. Utrekningene tar utgangspunkt i en likevekt mellom tilbud og etterspørsel i markedet. Prisrekkene markedsjusteres slik at gjennomsnittlig spotpris av 70 år for en bestemt uke tilsvarer registrert terminpris. Markedsjusteringen kan blant annet gjøres som vist i likning (14). Denne metoden er i bruk hos TEV.

$$P_{ji} = \frac{P_{ji}}{p_j} \times p_{mj} \quad \forall i, j \quad \text{der} \quad \bar{p}_j = \frac{1}{70} \sum_{i=1}^{70} P_{ij} \quad (14)$$

P_{ij} : markedsjustert prisrekke for uke j

\bar{p}_j : gjennomsnittlig pris for uke j , fra Samkjøringsmodellen

p_{mj} : markedspris fra forwardkurve fra Elviz for uke j

j : tellevariabel for uke, $j = 1, 2, \dots, 260$

i : tellevariabel for år (tilsig), $i = 1, 2, \dots, 70$ der 1 tilsvarer tilsig i 1931 osv.

Dette er en forholdsvis enkel multiplikativ justering. Andre justeringsmuligheter kan eventuelt benyttes, for eksempel en additiv justering eller en mer kompleks modellering.

Prisrekkene fra Samkjøringsmodellen blir kontinuerlig oppdatert med hensyn på fundamentale data som påvirker kraftprisen. I praksis innebærer dette innhenting av den nyeste forwardkurven fra Elviz Frontmanager. Det er vanlig å oppdatere prisrekkene ukentlig.

8 Generering av produksjonsrekker ut ifra historiske data

Modellen Vansimtap kan benyttes til å generere fremtidige produksjonsrekker. Sammen med Samkjøringsmodellen er denne modellen en av de mest brukte i det nordiske energimarkedet. Vansimtap anvendes av de fleste større produsenter i Norge til produksjonsplanlegging og utbyggingsanalyser. Modellen er spesielt tilpasset planlegging for hver enkelt produsent (eventuelt et område), og produksjonsrekker genereres ut ifra historiske tilsigsdata (70 år) og informasjon om markedspris. Markedsprisen er gjerne eksogent gitt, for eksempel fra beregninger i Samkjøringsmodellen. Vansimtap genererer produksjonsrekker for de 70 tilsigsscenarioene og tar hensyn til usikkerhet i tilsig og pris.

9 Bruk av risikostyringssystemet Elviz Risk Manager

Elviz Risk Manager beregner forventet kontantstrøm og risiko for en gitt portefølje (inkludert produksjon og finansielle kontrakter). Dette kan gjøres ved to ulike tilnærminger:

- 1) Elviz Risk Manager, Cash flow at risk with price and production paths (tradisjonell tilnærming)
- 2) Elviz Risk Manager, Cash flow at risk (mer markedsbasert tilnærming)

9.1 Elviz Risk Manager, Cash flow at risk with price and production paths

Denne tilnærmingen er basert på bruk av Samkjøringsmodellen, det vil si at historiske tilsigsdata legger grunnlaget for beregning av prisrekker. Markedsjusterte prisrekker fra Samkjøringsmodellen leses inn i risikostyringssystemet.

Produsenten beregner produksjonsrekker i egne anlegg ved hjelp av modellen Vansimtap, basert på de samme tilsigsårene som brukes i Samkjøringsmodellen. Produksjonsbanene for hver uke legges inn i risikostyringssystemet.

Hos TEV beregnes pris- og produksjonsrekker hver uke i analyseperioden, og disse leses inn i Elviz Risk Manager.

9.2 Elviz Risk Manager, Cash flow at risk

Elviz Frontmanager genererer en kontinuerlig forwardkurve for forventet spotpris på grunnlag av registrerte markedspriser og registrert volatilitet i markedet. Også for denne tilnærmingen beregnes egen produksjon i Vansimtap, men det er kun midlere (forventet) produksjon for hver uke som leses inn i Elviz Riskmanager. På grunnlag av middelproduksjonen og statistiske parametere som standardavvik og pris-volum korrelasjon, genereres produksjonsrekker.

I de neste to kapitlene vil standardavvik i produksjon og korrelasjon mellom pris og produksjon bli nærmere studert.

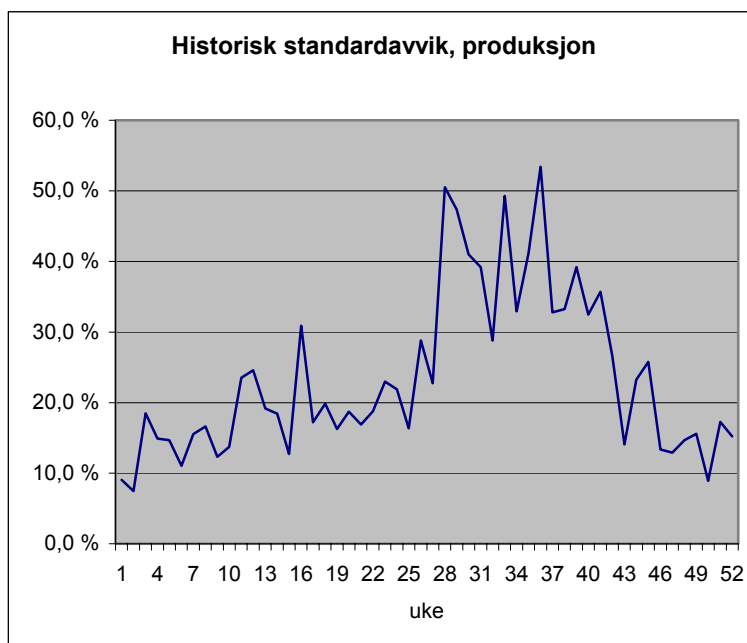
10 Standardavvik for produksjon

10.1 Elementære egenskaper

Det forventes at standardavviket i produksjonen er lavt om vinteren. Her er etterspørselen og prisen høy, og produksjonen nær maksimal kapasitet. Om sommeren produseres stort sett tilsiget (magasinnivået opprettholdes), dermed er denne produksjonen svært nedbørsavhengig, og avvik fra gjennomsnittsproduksjonen kan dermed bli store. Usikkerhet i når vårfloppen vil slå inn og størrelsen på denne, gjør at produksjonen i dette tidsrommet varierer en del fra år til år.

10.2 Historiske data

Historiske produksjonsdata kan gi en indikasjon på størrelsen og sesongavhengigheten for avvik i produksjonen. Produksjonen for Trondheim Energiverk (TEV) for perioden 1997 til 2003 (t.o.m. uke 41) er analysert med hensyn på avvik i forhold til gjennomsnittsproduksjonen for hver uke. Figur 2 viser standardavvikets variasjon over året for disse observasjonene.



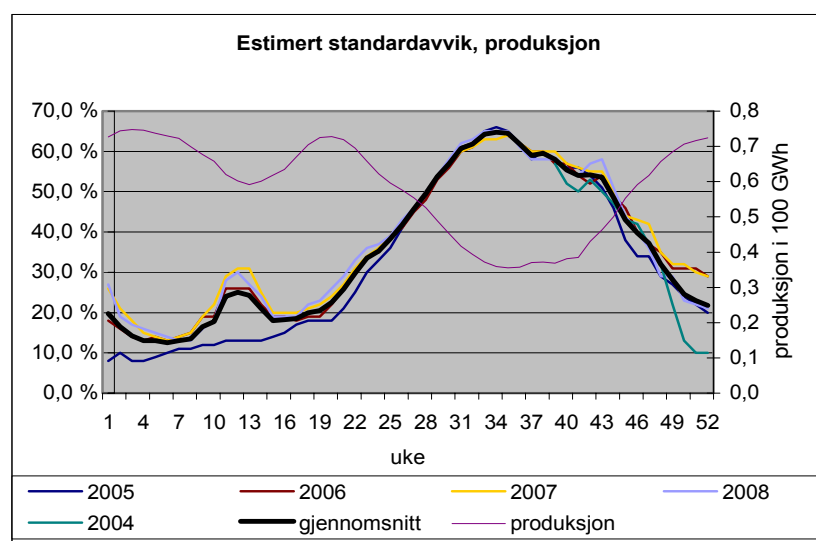
Figur 2: Standardavvik i forhold til gjennomsnittlig produksjon (tall fra TEV) for hver uke over året i perioden 1997 til 2003 (tom uke 41)

Figur 2 viser at standardavviket for produksjonen er merkbart høyest for sommerperioden. Også for en kort periode om våren stiger avviket noe. Avvikene som vist i figur 2 er beregnet kun for en kortere produksjonsperiode, og dette gjør at usikkerheten i resultatene er relativt stor. Det er for eksempel vanskelig å forklare de store variasjonene i avvik om sommeren. Produksjonsavvikene i figur 2 stemmer likevel godt overens med de elementære egenskapene diskutert i forrige avsnitt, og kan dermed gi en indikasjon på hvordan dette avviket fordeler seg over året. For at de historiske produksjonsdataene skal gi en bedre indikasjon, hadde det vært ønskelig å studere data for en lengre periode.

10.3 Forventet fremtidig produksjon fra Vansimtap

Som beskrevet tidligere, gir beregningene i Vansimtap 70 mulige rekker for fremtidig produksjon. Utfallsrommet for disse rekkene kan gi en indikasjon på usikkerhet i fremtidig produksjon.

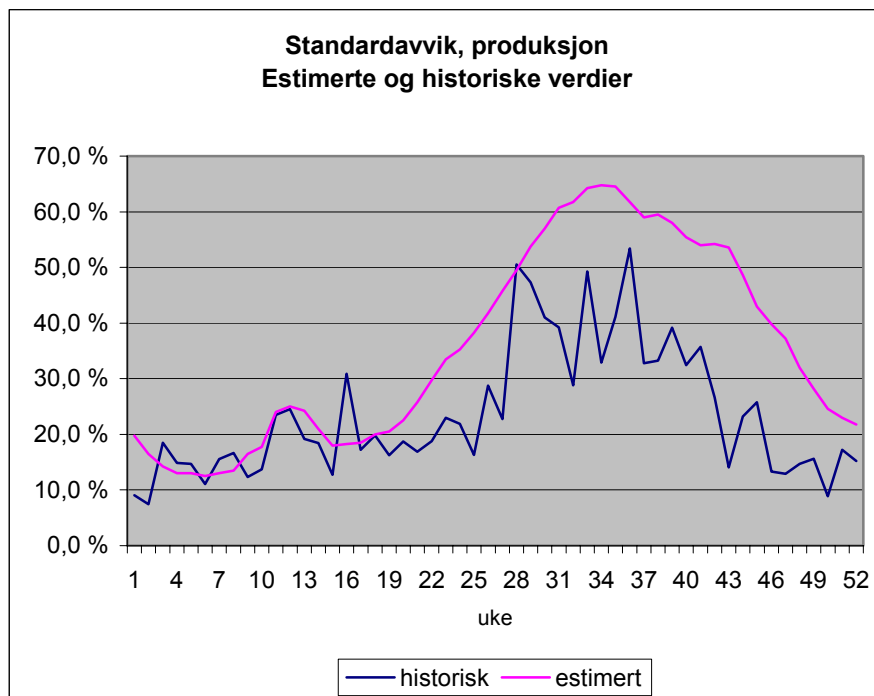
Basert på produksjonsbaner fra Vansimtap beregnet i uke 34-39, 2004 er standardavvik i (forventet) produksjon for hver uke beregnet. Beregningen er foretatt for perioden uke 38, 2004 til uke 52, 2008. Figur 3 viser produksjonens standardavvik over året, for hvert år i denne perioden. Gjennomsnittlig forventet produksjon er også vist. Et alternativ til denne tilnærmingen er seriekjøring av Vansimtap slik at resultatet blir uavhengig av startpunktet og en oppnår ubetingede standardavvik.



Figur 3: Standardavvik i forhold til gjennomsnittlig produksjon, fordeling over året. Gjennomsnittlig produksjon er gitt på sekundæraksen. Alle tall beregnet ut ifra produksjonsrekker fra Vansimtap fra uke 38, 2004. Legg merke til at serien for 2004 starter i uke 38.

Stort sett er det forventede standardavviket likt for alle årene i perioden, men avviket for senvinter 2004 og begynnelsen av 2005, er merkbart lavere. Dette kan forklares med at denne perioden ligger såpass nærme analysetidspunktet (uke 38 2004), og det kan dermed forventes at produksjonen her er noe sikker. Fyllingsgraden i magasinene senhøsten 2004 er høy, og dette sikrer produksjonen for vinteren.

Figur 3 viser at volatiliteten er høy en lang periode fra sen vår til tidlig høst, mens den resten av året er vesentlig lavere. I perioden før vårflommen stiger standardavviket for en kort periode. Dette stemmer bra med egenskapene diskutert i avsnitt 10.1 og de historiske dataene studert i forrige avsnitt.



Figur 4: Standardavvik i produksjon over året historiske verdier (jfr. figur 2) og gjennomsnitt av estimerte verdier (jfr. figur 3).

10.4 Forslag til modellering i Elviz

Ved modellering av volatilitet møtes det på et stort problem i Elviz. I programmet er det ikke lagt til rette for innleggelse av produksjonsbegrensninger. Ved innleggelse av volatilitet i produksjonen vil den simulerte produksjonen avvike fra gjennomsnittsvolumet funnet i Vansimtap. Utfallsrommet for produksjonsutfallet er normalfordelt over gjennomsnittskurven. Dette fører til at produksjonen ved simuleringer vil kunne overstige den maksimale

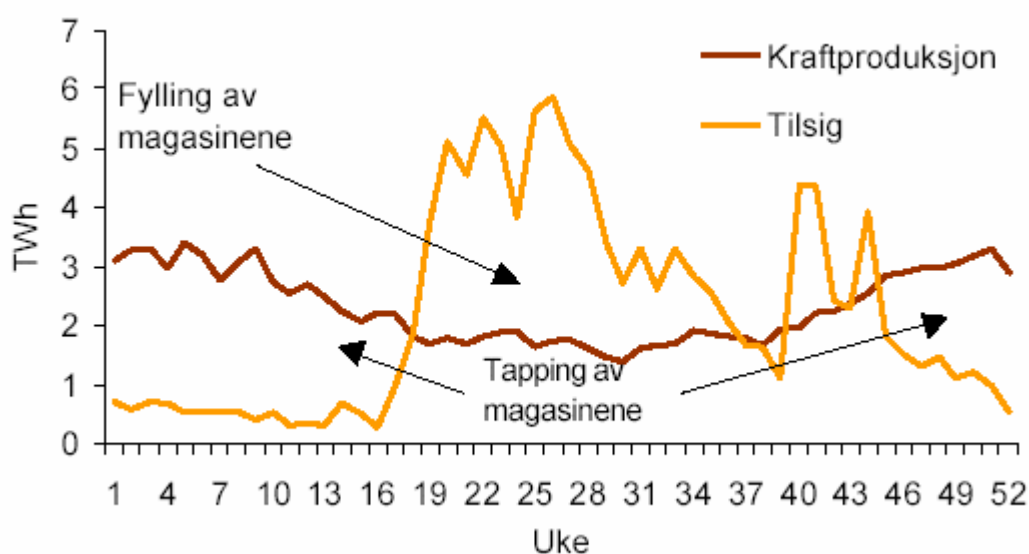
produksjonskapasiteten. Dette er ikke ønskelig da dette ikke er et realistisk utfall, og vil kunne påvirke kontantstrømmen og resultatet fra analysene. Problemet vil særlig kunne gjøre seg gjeldende i perioder med høye standardavvik for produksjonen (for eksempel i sommer-/høstsesongen). Selv om standardavviket normalt er lavt om vinteren, kan problemet også gjøre seg gjeldende i denne perioden fordi produksjonen normalt ligger forholdsvis langt mot maksimalproduksjon.

Ved modellering av usikkerhet i produksjon er det viktig å ta vare på en del egenskaper ved volatiliteten. Egenskapen om at, på bakgrunn av kunnskap og informasjon om tilsig og magasinnivå, volatiliteten på kort sikt til tider vil være mindre enn volatiliteten på lang sikt, er en av disse egenskapene. Det samme gjelder momentene diskutert i avsnittet om elementære egenskaper.

For gjennomførte analyser i Elviz er det her valgt å legge inn standardavvikene for produksjon estimert ut ifra produksjonsrekkene fra Vansimtap. Valget ble tatt på grunnlag av at disse verdiene stemmer godt overens med både historiske data og forventede elementære egenskaper. Estimerte verdier ble foretrukket fremfor de historiske dataene fordi det foreligger flere observasjoner for disse. Et problem med de estimerte verdiene er at de kommer fra en modell hvor hovedhensikten ikke er å estimere standardavvik (Vansimtap). Det hadde derfor vært ønskelig å fremskaffe historiske data for en lenger periode, og eventuelt da bruke resultatene fra en analyse av disse.

11 Korrelasjon pris – produksjon

Det nordiske kraftmarkedet er sterkt dominert av vannkraft, og etterspørselen er i stor grad knyttet til temperaturforhold. Dette er to forhold som påvirker prisen. Nedbør og tilsig har også sterk innvirkning på spotpris og produksjon. Med bakgrunn i dette kan det være gunstig å beskrive korrelasjonen mellom pris og produksjon ved hjelp av sammenhengen mellom pris og tilsig, og sammenhengen mellom produksjon og tilsig.



Figur 5 [3]: Tilsig av vann og el-produksjon over året (2002)

En annen faktor som virker inn på korrelasjonen, er at vannkraftprodusenter som regel deler året inn i to hovedperioder, tappeperiode og fyllperiode. Fyllperiode betegner perioder da tilsig er større enn tapping/produksjon, og tappeperiode er perioder der produksjonen er større enn tilsiget. Figur 5 viser hvordan disse periodene fordelte seg med produksjon og tilsig som i år 2002.

11.1 Elementære egenskaper

I første del av dette avsnittet blir korrelasjonens egenskaper ved et såkalt normalt tilsigsår diskutert, senere i avsnittet blir det tatt opp egenskaper som er mer relatert til spesielle tilsigsår.

Vannkraftproduksjonen i Norge preges av at det forventes en vårflom, som hovedsakelig skyldes snøsmelting, rundt uke 18. For å unngå at magasinene renner over, og på denne måten tape fremtidig inntekt, vil vannkraftprodusentene prøve å oppnå minimum magasinnivå rett før vårflommen. Dersom det antas at det finnes forholdsvis mye vann i magasinene ved et normalår, vil dette føre til høy produksjon. Etterspørselen før vårflommen vil på grunn av temperaturforhold som regel være litt lavere enn midt på vinteren, prisene går da ned, og pris og produksjon vil i et normalår være negativt korrelert i denne perioden. Flere scenarier for denne perioden blir kommet tilbake til senere i avsnittet.

Etter snøsmeltingen og vårflommen har magasinene ofte nådd en vesentlig fyllingsgrad. Temperaturforholdene og ferieavvikling i Norden om sommeren gjør at etterspørselen etter kraft, og spotprisene på elektrisitet generelt er forholdsvis lave. Dette fører til at vannkraftprodusenter som har mulighet til å regulere magasinene sine, i stor grad bare produserer tilsiget, eller mindre, i sommermånedene. På denne måten blir produksjonen sterkt påvirket av nedbørmengde og tilsig. Når det er mye nedbør om sommeren ønsker produsentene å øke produksjonen, og prisen går ned. På bakgrunn av dette resonnementet kan det sees at korrelasjonen mellom pris og tilsig bør være negativt korrelert om sommeren. Siden produksjonen i denne perioden tilsvarer omtrent tilsiget, vil det igjen si at korrelasjonen mellom pris og produksjon er negativt korrelert om sommeren.

For å benytte seg av normalt høye priser og kraftetterspørsel om vinteren, vil produsentene forsøke å ha størst mulig fyllingsgrad i magasinene når vinteren nærmer seg. De samme prinsippene som for sommeren gjør seg gjeldende. Siden høsten kommer senere i fyllingsperioden enn sommeren, vil magasinene ideelt sett ha en høyere fyllingsgrad. På bakgrunn av dette vil produksjonen om høsten være enda mer avhengig av tilsiget enn den er om sommeren. Samme resonnement som for sommeren blir benyttet for å se at pris og tilsig, og dermed også pris og produksjon, er negativt korrelert om høsten.

Etterspørselen etter kraft i Norden er, som nevnt tidligere, sterkt påvirket av temperatur. Temperaturen er normalt lav om vinteren, og etterspørselen og prisene stiger. Når prisene er høye ønsker produsentene å selge mest mulig, vinterprisene vil likevel ikke gå nevneverdig ned ved høy produksjon fordi etterspørselen ofte er så stor at den ikke alltid kan dekkes av kun vannkraft. Alternative produsenter er dyrere, og dermed opprettholdes prisene. Det naturlige vil da være at vinteren har positiv korrelasjon mellom pris og produksjon. Siden

produksjonen normalt ligger langt mot maksimalnivå, er ikke den positive korrelasjonen nødvendigvis veldig sterk. Avhengig av temperatur, tilsig og magasinnivå finnes det mange ulike scenarier som påvirker korrelasjonen mellom pris og produksjon om vinteren. Dette fører til at vinteren kan være den perioden i løpet av året som er vanskeligst å spå med hensyn på fortegn og størrelse for korrelasjonen.

For år med såkalte unormale tilsig, kan en annen korrelasjon mellom pris og produksjon oppstå. Nå følger noen utvalgte eksempler på hva dette kan innebære.

Unormalt små tilsig om høsten kan føre til underdekning. Denne underdekningen vil oppstå med hovedtyngde i uke 13-18 [4]. I denne perioden er normalt prisene forventet å synke, men ved underdekning vil produksjonen synke og prisene øke. Man vil da normalt ha negativ korrelasjon mellom pris og produksjon, i slike tilfeller vil samme fortegn for korrelasjonen som i et mer normalt år observeres, men med en annen begrunnelse enn tidligere beskrevet. I år med veldig høy underdekning vil det oppleves en sterk negativ korrelasjon gjennom store deler av vinteren også.

For milde vintrer som etterfølger en høst med godt tilsig, kan det oppleves en negativ korrelasjon mellom pris og produksjon. Da vil ikke etterspørselen etter elektrisitet være så høy som ved en vanlig kald vinter, og prisene gå ned samtidig som vannkraftprodusentene ønsker å holde produksjonen høy for å tømme vannmagasinene sine før vårflommen.

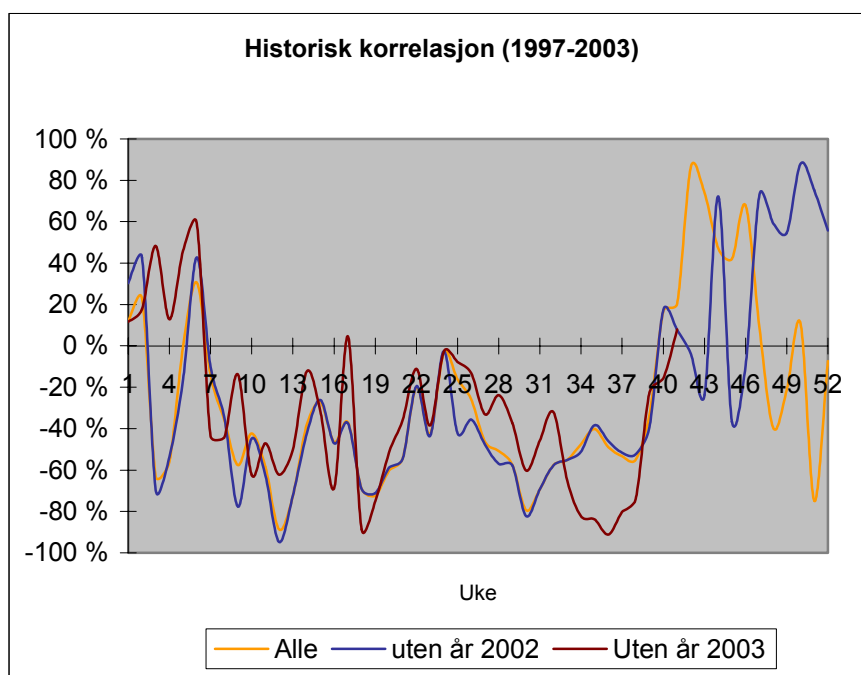
Siden det finnes så mange scenarier som påvirker korrelasjonen, vil en egenskap være at det er knyttet mindre usikkerhet til korrelasjonen i nær fremtid, enn for perioder lenger frem i tid.

11.2 Historisk korrelasjon

Basert på systemprisen fra Nord Pool og produksjonsdata fra TEV er det funnet en historisk korrelasjon mellom pris og produksjon. Det finnes ikke ubegrenset med data av denne typen, og det er undersøkt data på døgnbasis fra perioden 01.01.1997 – 10.08.2003.

Dataene er undersøkt ved at det ble funnet et gjennomsnitt for spotprisen for hver uke (gjennomsnittspris over 7 dager) i observasjonsperioden. Den gjennomsnittlige ukeprisen ble så sammenstilt med produksjonsdataene (gitt på ukebasis), og dataene for hvert år ble deretter delt opp i uker fordelt over året (uke 1-53 for hvert år). Med bakgrunn i dette ble korrelasjonen mellom seriene funnet.

Resultatene fra denne undersøkelsen er gitt i figur 6.



Figur 6: Historisk korrelasjon mellom pris og produksjon (1997-2003)

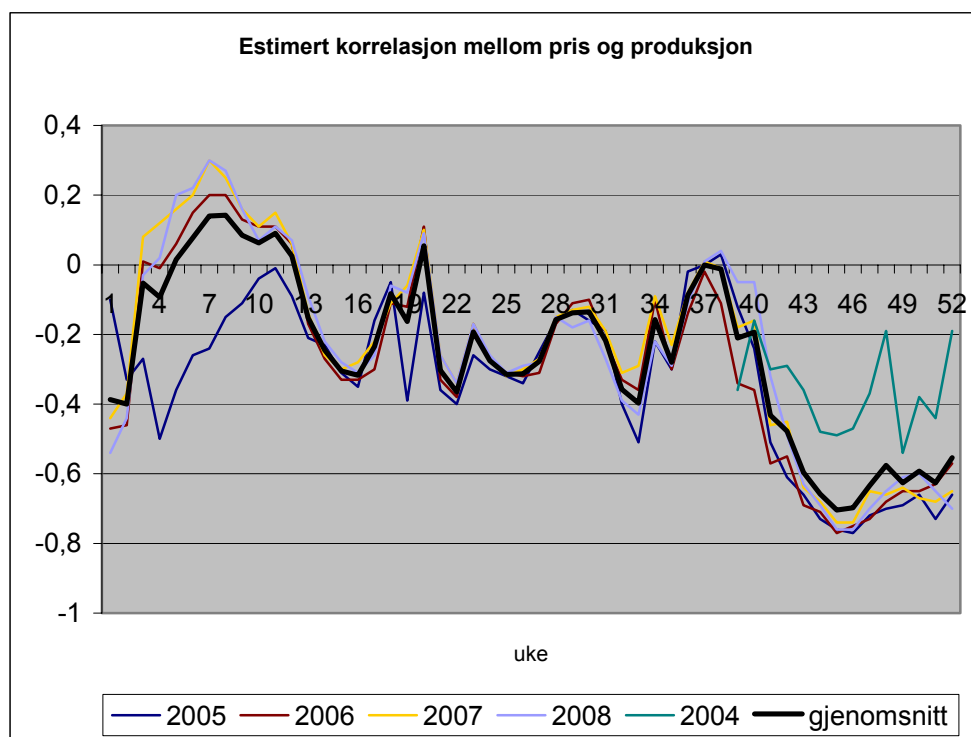
Av den gule grafen i figur 6 kan det sees at de historiske dataene passer bra med de antatte elementære egenskapene for store deler av året. Det mest åpenbare avviket finnes for høstperioden rundt uke 40 og fram mot de første vinterukene. Her er det antatt at korrelasjonen skal være negativ, men for ukene 40-47 viser undersøkelsen at gjennomsnittskorrelasjonen er positiv. År 2002 var et svært spesielt år med hensyn på kraftproduksjon og tilsig. Dette har store konsekvenser for de beregnede historiske

korrelasjonene når det bare finnes data for nesten 7 år. Tas år 2002 ut av de historiske dataene kan det sees at korrelasjonen endrer form for ukene etter uke 40. For ukene 40-46 svinger korrelasjonen mellom negativt og positivt fortegn, og fra og med uke 46 blir den ensbetydende positiv. Det samme skjer for korrelasjonen de første ukene av året dersom år 2003 utelates. I stedet for å bli negativ mellom uke 3 og 5 blir korrelasjonen fortsatt værende positiv frem til og med uke 7. Problemet med slike ekstremobservasjoner kan reduseres ved å bruke noe som kalles robust korrelasjonsestimering. Dette er modeller som gjør at ekstremobservasjonene ikke påvirker utfallet i så stor grad som ved den korrelasjonsestimeringen som er benyttet ovenfor. Eksempel på slike modeller er Maronna M-estimat og QC estimering [7].

Siden det bare er undersøkt tall fra 7 år, kan det sees at ett enkelt år har stor innvirkning på gjennomsnittet. År 2002 var en uventet tørr høst. Vannkraftprodusentene produserte mye, og eksporterte kraft til gode høstpriser tidlig på høsten. Senere sviktet tilsiget uventet, og magasinnivåene ble mye lavere enn normalt. Dette fikk store konsekvenser for starten av 2003, produksjonskapasiteten var liten, mens prisene var svært høye. Dette førte til en uvanlig sterk negativ korrelasjon for vinterperioden, noe som påvirker gjennomsnittet mye med så få data som finnes tilgjengelig. Med bakgrunn i dette er det gått ut ifra at det finnes for lite tilgjengelig materiale for å basere en analyse på de historiske dataene.

11.3 Forventet korrelasjon mellom pris og produksjon fra Samkjøringsmodellen og Vansimtap

Figur 7 viser korrelasjon mellom prisrekker og produksjonsbaner. For hver uke er korrelasjonen mellom de sammenhørende prisrekkene fra Samkjøringsmodellen og produksjonsrekkene fra Vansimtap beregnet. Et gjennomsnitt av rekkene beregnet i uke 34-39, 2004 er benyttet. Beregningene er utført for perioden uke 38, 2004 til uke 52, 2008. Igjen kan det være aktuelt å benytte en seriekjøring av Vansimtap og Samkjøringsmodellen (jfr. avsnitt 10.3).



Figur 7: Korrelasjon mellom sammenhørende prisrekker fra Samkjøringsmodellen og produksjonsrekker fra Vansimtap. Korrelasjonen mellom rekkene er regnet ut for hver uke. Grafene viser forskjellige år, samt gjennomsnittet av disse. (Merk at data for 2004 starter i uke 38)

Figur 7 viser at samvariasjonen mellom beregnet pris og produksjon er relativt lik for alle årene, med unntak av 2004 og første halvdel av 2005. Dette kan skyldes at en har informasjon (magasinnivå, pris på kontrakter nær levering) som indikerer pris og produksjon på kort sikt.

Tallene er hentet fra rekkene som ble generert i uke 34-38, 2004. Formen til grafene for ukene er forholdsvis like, men det er observert at enkeltverdier kan variere opp til 20 % for enkelte

uker. Dette er mye. Det ville vært ønskelig å benytte tall fra rekker for alle ukene i løpet av året, men dette finnes det ikke data for enda.

I spesielt ett område skiller de estimerte verdiene seg fra de elementære egenskapene. I ukene på forvinteren (fra ca. uke 46-47) og frem til ca. uke 2, er korrelasjonen sterkt negativ. En slik negativ korrelasjon er ikke forventet, og det er ikke funnet noe godt svar på hvorfor det er slik. I følge Birger Mo ved Sintef energiforskning kan den i utgangspunktet ulogiske korrelasjonen for denne perioden komme av høye høstpriser. En vanlig antagelse hos aktørene i markedet er at høye høstpriser blir etterfulgt av enda høyere vinterpriser, og med grunnlag i dette vil kraftprodusentene holde igjen det vannet de har for å kunne selge til de forventede gunstige vinterprisene. På denne måten kan det oppleves en noe uventet sterk og negativ korrelasjon mellom pris og produksjon for senhøst og tidlig vinter perioden.

Selv om ikke korrelasjonen for de estimerte verdiene fra Vansimtap / Samkjøringsmodellen i alle perioder av året var som forventet, ble verdiene likevel benyttet i Elviz. Dette ble gjort fordi det var ønskelig å undersøke i hvilken grad innlagt korrelasjon påvirker resultatene.

11.4 Forslag til modellering i Elviz

Hver enkelt simulering i Elviz starter med at det blir trukket ut en tilfeldig forwardkurve for analyseperioden. Ved hjelp av den innlagte korrelasjonen mellom pris og produksjon blir det bestemt hvor i utfallsrommet for produksjonen den simulerte produksjonen ligger. (Uten innleggelse av korrelasjon vil produksjonen fordele seg tilfeldig innen utfallsrommet.)

Modellering av korrelasjon kan i stor grad knyttes opp mot usikkerhet rundt tilsig. Som diskutert i avsnitt 11.1 kan de ulike scenarier for tilsiget kunne påvirke både fortegn og størrelse på korrelasjonen mellom pris og produksjon. Dette kommer blant annet av at produksjonen er sterkt knyttet opp til denne faktoren i store deler av året. Det er vanskelig å vite noe sikkert om tilsiget og dermed også korrelasjonen i fremtiden. Undersøkelser av historiske data har underbygget teorien om at korrelasjonen varierer sterkt i både form og størrelse fra år til år. Antagelsen om variasjoner av fortegn kan modelleres ved hjelp av dummy variabler. Disse er imidlertid vanskelige å kalibrere ved mangel av historiske data.

Ved en eventuell modellering av korrelasjonen må det tas hensyn til at det vites mer om korrelasjon på kort sikt enn på lang sikt.

12 Nødvendige inputs til Elviz

12.1 Testportefølje

Gjennom denne prosjektoppgaven er det jobbet med en testportefølje. Porteføljen inneholder produksjon, forward og kontrakter, samt puts and calls. Inngåtte kontrakter på ulike derivater bidrar til å redusere risikoen til fremtidig kontantstrøm. Porteføljen som sin helhet finnes i vedlegg 1. Porteføljen er ment å gjenspeile den virkelige porteføljen til TEV.

I Elviz legges alle finansielle kontrakter fortløpende inn i Contract Manager. For denne prosjektoppgaven er det imidlertid jobbet med en statisk portefølje. Det vil si at det før start av analyser, ble opprettet en testportefølje, og det ble ikke foretatt endringer i denne.

12.2 Analyseperiode

Analyseperioden er satt til 3 år (156 uker) med start den 14. september 2004. Dette innebærer at historiske priser og volatiliteter (fra Nord Pool) hentes fra denne datoen.

12.3 Antall simuleringer

Elviz gir mulighet for 5000 simuleringer, men i denne analysen er 1200 simuleringer benyttet. For å få et best mulig resultat fra analysen, er det fordelaktig med så mange simuleringer som mulig. Et stort antall simuleringer reduserer også sannsynligheten for signifikante forskjeller mellom to identiske analyser (det vil si sample errors analyser med samme inputs). Bruk av Monte Carlo simulering i Elviz kan sees på som en tilfeldig trekning av forwardkurver, hvor antall simuleringer bestemmer hvor mange kurver som trekkes. For hver simulering blir det generert en tilhørende forventet kontantstrøm. Ved å fordele utfallene på ulike intervaller, genereres en frekvensdistribusjon for forventet kontantstrøm. For et tilstrekkelig antall simuleringer, vil denne distribusjonen være tilnærmet normalfordelt. 1200 simuleringer tilfredsstillter på god vei denne egenskapen, og er valgt som et kompromiss mellom ønsket om flest mulig simuleringer og begrensninger i tid og prosessorkapasitet.

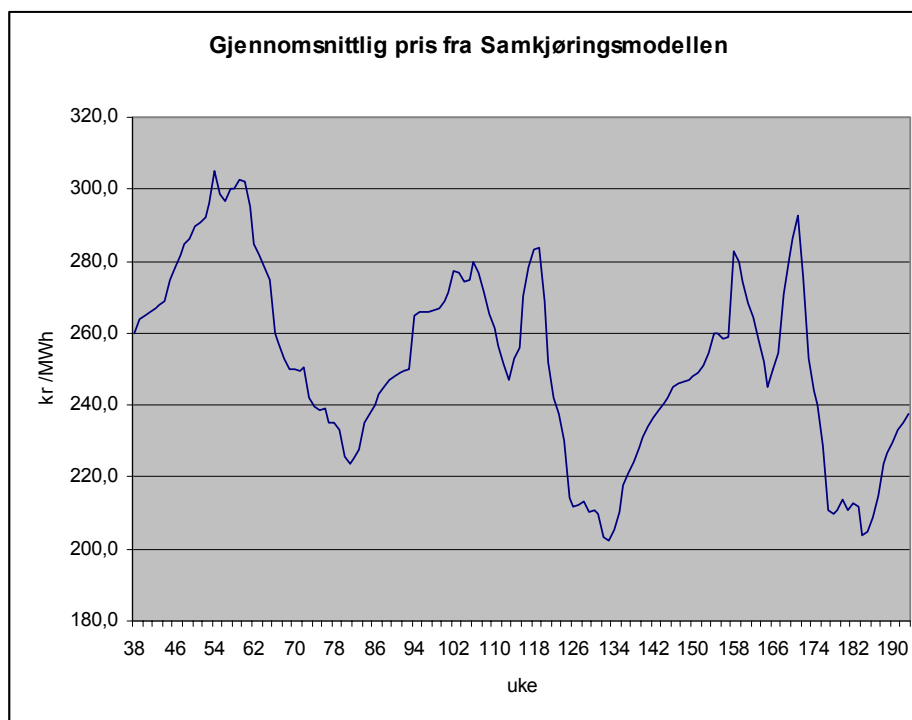
For simuleringer med innhentede pris- og produksjonsrekker, er antall simuleringer begrenset av tilgjengelig tilsigsdata. For hvert tilsigsår blir en simulering foretatt, med pris- og produksjonsrekkene for dette året, slik at antall simuleringer blir 70.

12.4 Inputs Elviz Risk Manager, Cash flow at risk with price and production paths

De senest beregnede pris- og produksjonsrekkene hentes inn. Disse blir typisk beregnet hver uke. For vår analyse er prisrekker og produksjonsrekker beregnet i uke 38, 2004 hentet inn. Pris- og produksjonsrekkene er beregnet ut ifra historiske tilsigsdata, i henholdsvis Samkjøringsmodellen og Vansimtap. Vedlegg 2 viser et eksempel på pris- og produksjonsrekker som leses inn i Elviz.

12.4.1 Prisrekker fra Samkjøringsmodellen

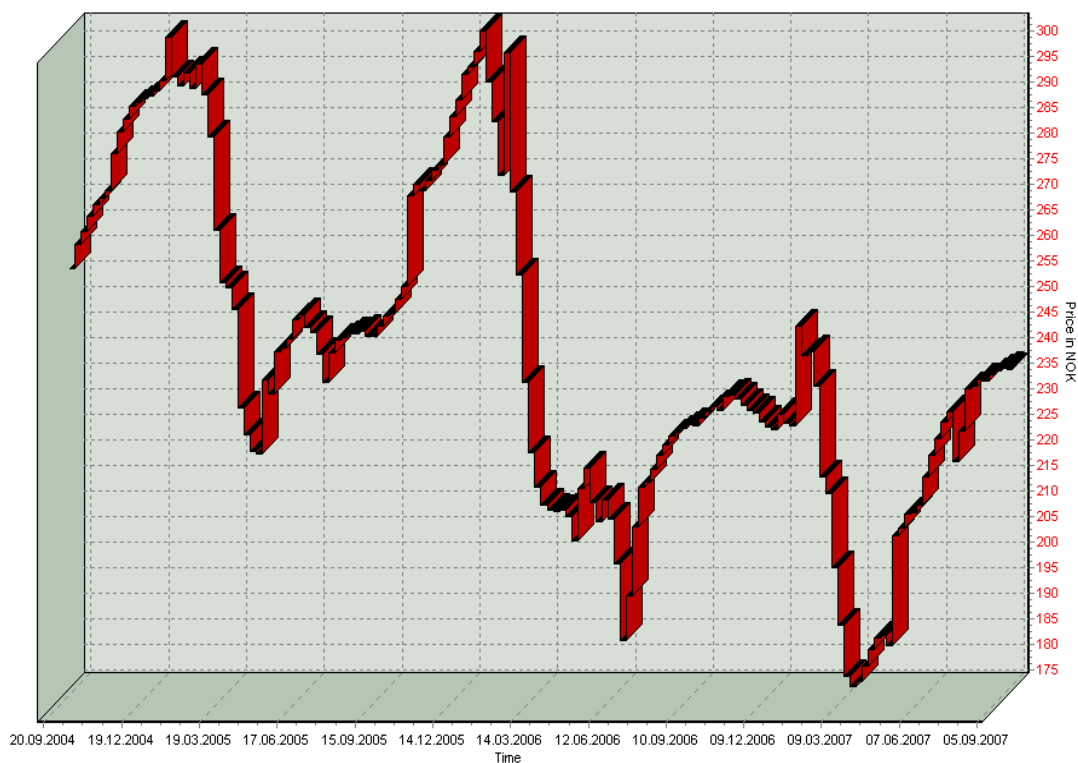
Figur 8 viser gjennomsnittlig beregnet pris ut ifra den gitte prisrekken (uke 38, 2004).



Figur 8: Gjennomsnittlig pris, beregnet i uke 38, 2004

Prisene i figur 8 er markedsjustert av TEV ved bruk av programmet kW. Prisene for førstkommende vinter er noe høyere enn for de to påfølgende, dette kan skyldes at terminprisene for vinteren 2005 ligger høyere enn terminprisene for kommende vintre. For de to siste vintrene vist i figur 8 vil forventet pris synke merkbart for å så stige igjen kort etter. Denne knekken observeres ikke i markedet, men skyldes markedsjusteringen foretatt ved programmet kW. Dette er diskutert nærmere i kapittel 16, hvor styrker og svakheter ved analyse med pris- og produksjonsrekker er diskutert.

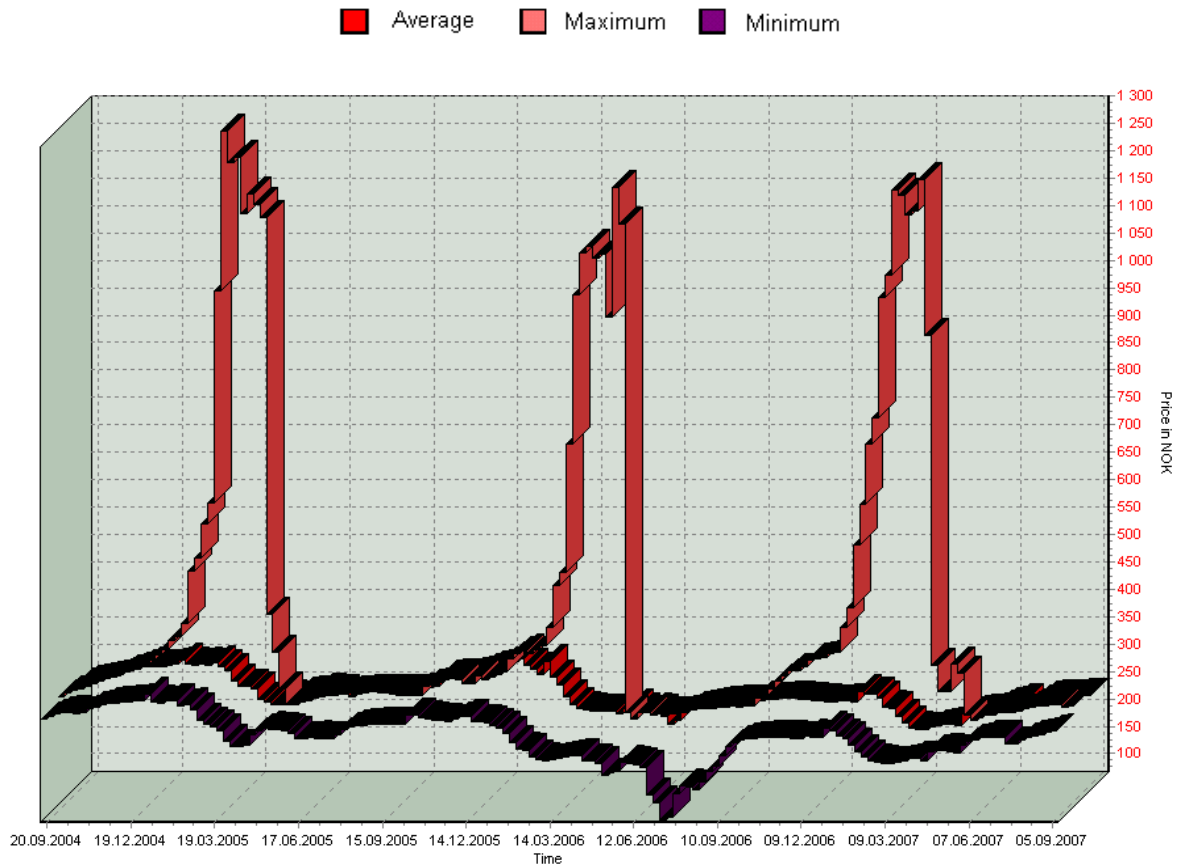
I analyse med pris og produksjonsrekker i Elviz Risk Manager, leses alle 70 prisrekker inn. Etter å ha gjennomført en analyse i Elviz Risk Manager, vil programmet generere en prisgraf. Grafer kan genereres for gjennomsnittlig forventet pris, eller for priser ved ulike nedfall (risiko). Det er vært å legge merke til at hver av disse grafene er knyttet opp til et av de 70 tilsigscenarioene. Dette innebærer at grafen som vises som gjennomsnittlig pris i virkeligheten ikke viser den gjennomsnittlige prisen for scenarioene, men den prisrekken som ligger som median i utvalget. Figur 9 viser en slik kurve generert i Elviz Risk Manager etter at en analyse er utført. I dette tilfellet tilsvarer kurven en prisutvikling gitt at tilsigscenarioet 1951 slår til.



Figur 9: Gjennomsnittlig pris som vises i Elviz Risk Manager, beregnet i uke 38, 2004

Prisutviklingen som blir vist som gjennomsnittlig pris i Elviz (figur 9) avviker noe, særlig for det 3. året i analyseperioden, i forhold til den virkelige gjennomsnittsprisen vist i figur 8. Som forklart tidligere kommer dette av at gjennomsnittsprisen som kommer frem i Elviz i virkeligheten er medianen for prisrekkene.

Figur 10 viser, i tillegg til gjennomsnittlig (tilsvarer her medianen) pris, maksimumspris og minimumspris (alle beregnet ut i fra prisrekke fra uke 38, 2004).

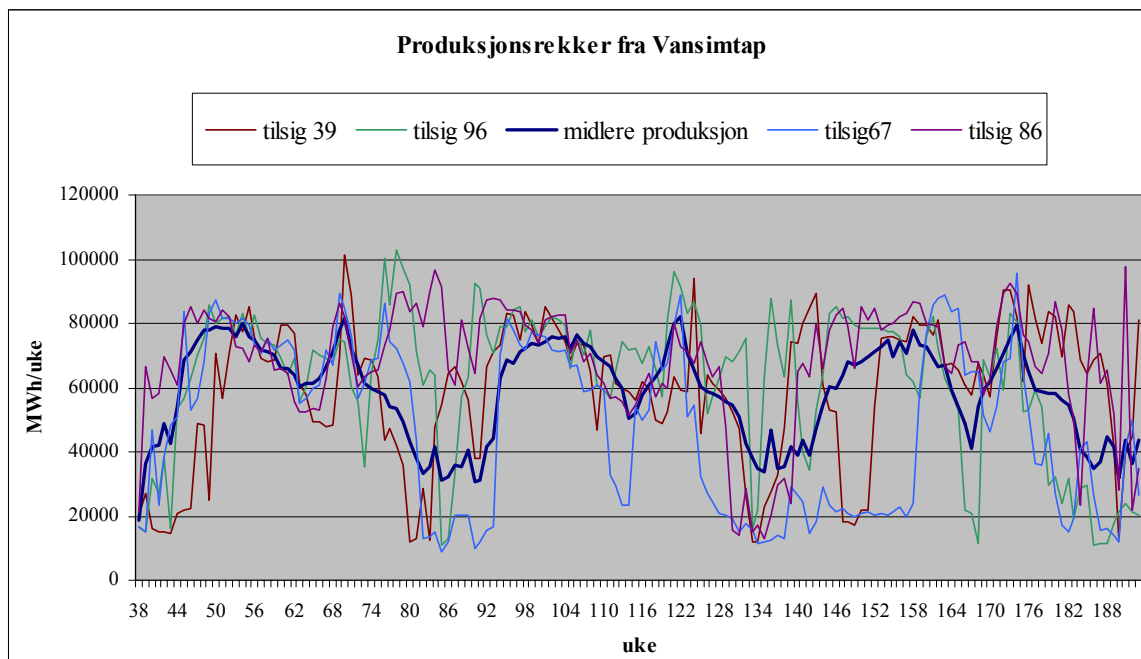


Figur 10: Maksimumspris, gjennomsnittspris og minimumspris, beregnet i uke 38, 2004

Som for gjennomsnittsprisen er de grafene som vises som maksimum og minimum for prisen knyttet til hver sine tilsigsscenarioer. Maksimumsprisen har svært store utslag i forhold til gjennomsnittet, og skyldes tilsigsscenario fra år 1939. Dette var et ekstremt tørt år. Minimumsprisen tilsvarer tilsigsscenario fra år 1996, som var et år med stort tilsig. Med så store forskjeller mellom maksimalpris og minimumspris som kan sees her, og bare 70 observasjonsrekker, vil gjennomsnittsprisen i perioder kunne bli unormalt høy.

12.4.2 Produksjonsrekker fra Vansimtap

Produksjonsrekker beregnet i programmet Vansimtap leses inn i Elviz Risk Manager, og estimering av produksjon med usikkerhet modelleres ut i fra disse. Figur 11 viser 4 av disse rekkene, samt midlere forventet produksjon.



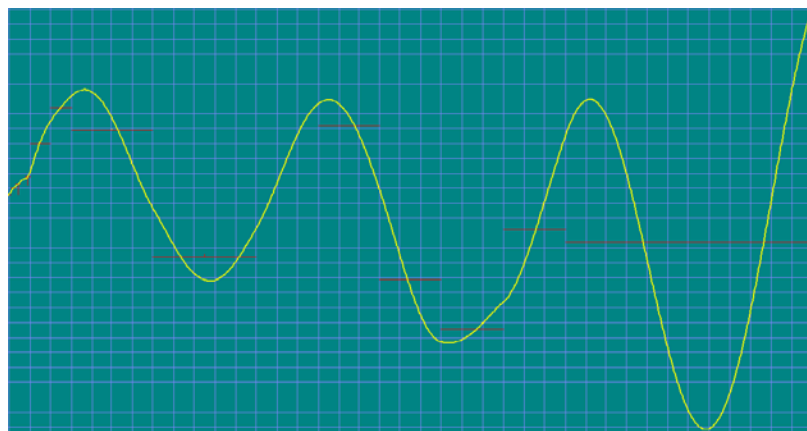
Figur 11: Produksjonsrekker fra Vansimtap for årene som gir de høyeste og laveste priser i Samkjøringsmodellen (1939 og 1996) og årene som gir høyest og lavest produksjon over perioden (1986 og 1967)

For ekstremårene vist i figur 11 er utslagene i forhold til gjennomsnittsproduksjonen store, særlig i perioder der forventet (dvs. gjennomsnittlig) produksjon er lav. Generelt ligger likevel de 70 rekkene godt samlet om gjennomsnittet, og også her er tendensen at avvikene er størst i perioder med lav produksjon, typisk om sommeren. I Elviz leses alle de 70 produksjonsrekkene inn, slik at utfallsrommet for produksjonen i disse rekkene blir usikkerhetsmålet for estimert produksjon.

12.5 Inputs Elviz Risk Manager, Cash flow at risk

12.5.1 Forwardkurve fra Elviz Front Manager

Før analyser i Elviz Risk Manager, Cash flow at risk kan begynne, er det nødvendig å laste ned et prisark og eventuelt et opsjonsark i Elviz Front Manager. Disse arkene lastes ned fra siste avsluttede handelsdag, og inneholder informasjon om alle derivater omsatt i Nord Pool-systemet. Basert på denne informasjonen, genereres en kontinuerlig forwardkurve for pris. Figur 12 viser en slik forwardkurve, basert på data fra 14. september 2004. Sluttdato (på x-aksen) er januar 2008. De røde strekene markerer kontrakter omsatt i markedet.



Figur 12: Forwardpriskurve generert uke 38, 2004

Forwardprisen danner en sinusformet kurve. Minimumverdi på y-aksen er 180 NOK, maksimumverdi er 320 NOK. (En større versjon av denne grafen og med verdier på aksene finnes i vedlegg 3).

12.5.2 Volatilitetskurver fra Elviz Front Manager

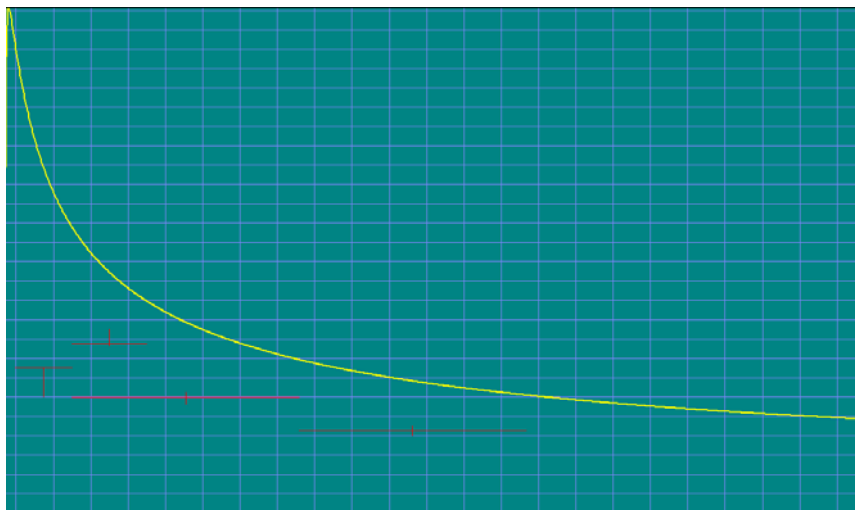
Ut ifra opplysninger om omsatte opsjoner i markedet, kombinert med Black'76, genereres en volatilitetskurve. I Elviz genereres to ulike volatilitetskurver:

- Volatilitetsgraf (Volatility Graph)
- Volatilitetsplan (Volatility Surface)

Volatilitetsgrafene genereres ut i fra en trepunkts kurve, som beskrevet i kapittel 4. Det blir generert en kurve basert på sommervolatiliteter og en kurve basert på vintervolatiliteter.

Volatilitetskurven for ønsket dato (typisk starten på analyseperioden) blir generert gjennom en vektning av disse (jfr. avsnitt 3.1.4).

Volatilitetsplanet blir generert fra et sett med volatilitetsgrafer. Volatilitetsgrafene genereres ut i fra prisingen av opsjoner omsatt i markedet, og bruker velger selv hvilke opsjoner som skal representere sin portefølje. I Elviz kan en velge å utføre analyse ved bruk av volatility surface. Dette vil påvirke utregningen av verdiene av opsjonene i porteføljen, da volatilitetene for de utvalgte opsjonene som blir brukt til å generere volatilitetsplanet, gjerne er forskjellige fra den mer standardiserte volatiliteten (volatility graph). Det er fortsatt volatility graph som blir brukt til generering av forwardkurvene på pris, denne blir ikke påvirket av bruk av volatility surface. Tanken bak bruk av volatility surface er at dette gir en riktigere verdisetting av opsjoner i egen portefølje. Figur 13 viser et eksempel på en volatilitetskurve generert i Elviz Front Manager.



Figur 13: Volatility surface graph fra Elviz Front Manager:

Verdiene på y-aksen varierer fra 0 – 60 %. X-aksen viser tid og går 3 år fremover.

De røde strekene representerer kontrakter omsatt i markedet og er spesifisert av bruker.

Volatiliteten synker raskt som funksjon av tiden, og nærmer seg en asymptotisk verdi etter en viss tid.

Opsjonsarket som danner grunnlaget for genereringen av kurven finnes som vedlegg 4.

En større versjon av figur 13, inkludert verdier på aksene finnes i vedlegg 5.

Som nevnt vil bruk av volatilitetsplan (volatility surface) ha innvirkning på verdien av opsjoner i porteføljen. Ved bruk av denne funksjonen beregnes opsjonsverdiene ut ifra omsatte opsjoner som bruker selv har spesifisert som en representasjon for sin portefølje. Dersom representasjonen er god, vil bruk av volatility surface i teorien gi en riktigere verdi

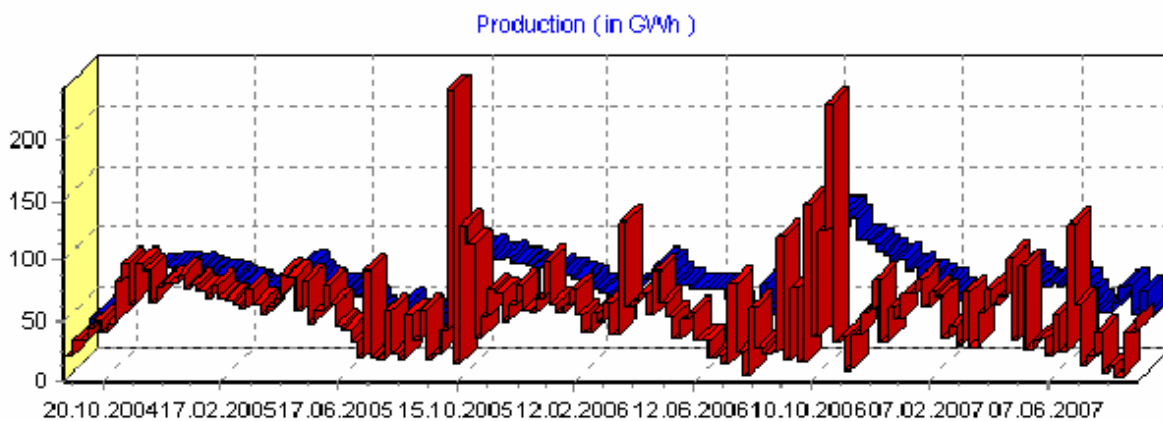
for opsjoner i porteføljen. Gjennom dette prosjektet er analyser foretatt ved bruk av volatility surface, men siden testporteføljen er sterkt dominert av produksjon, vil analyseresultatene avhenge lite av dette valget.

12.5.3 Estimering av produksjon

Den forventede midlere produksjonen fra Vansimtap leses inn i risikostyringssystemet. Med utgangspunkt i denne, gir Elviz tre muligheter for estimering (simulering) av produksjon under usikkerhet: Budget volume, Budget trend og None. På grunn av at den gjennomsnittlige produksjonen fra Vansimtap er gitt på ukesbasis, er det valgt å benytte underperiode på en uke.

Budget volume: (for hver underperiode)

Denne muligheten innebærer at simuleringene for hver underperiode alltid starter med det budsjetterte produksjonsvolum for underperioden, det vil si gjennomsnittlig produksjonsvolum fra Vansimtap. Utfallsrommet for perioden er normalfordelt rundt gjennomsnittskurven.



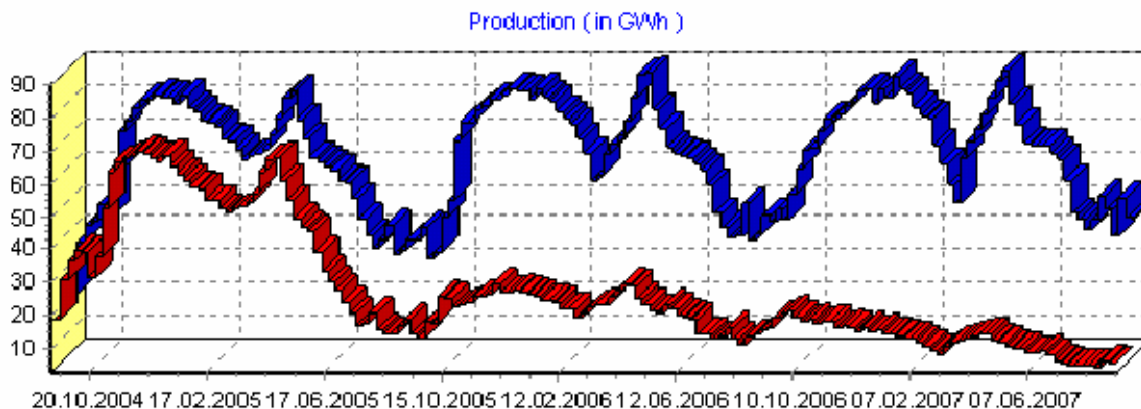
Figur 14: Eksempel på estimert produksjon i analyseperioden for valget Budget volume

Den blå kurven viser forventet gjennomsnittlig produksjon, og den røde kurven viser produksjon ved 5 % risiko.

Budget trend: (for hver underperiode)

Tendensen fra simulert produksjon for tidligere perioder (samt periodens standardavvik) blir tatt hensyn til i simulering av periodens produksjon. Dette vil si at startpunkt for simuleringen

for ny underperiode er sluttpunktet for forrige periode. På denne måten oppnås det en trendutvikling for produksjonsvolumet. Figur 15 viser forventet produksjon og produksjon ved 5 % risiko estimert med dette alternativet.

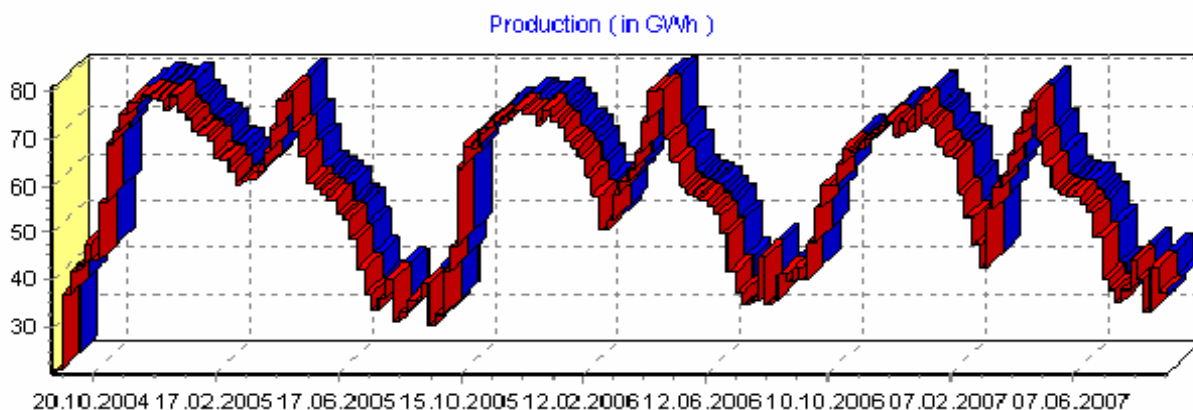


Figur 15: Eksempel på estimert produksjon i analyseperioden for valget Budget trend

Ved denne typen simulering blir produksjonen ved 5 % risiko etter hvert svært liten, og utfallsrommet for produksjonen blir mye større enn ved simuleringer med Budget volume.

None:

Produksjonen estimeres uten usikkerhet, og kun gjennomsnittproduksjonen fra Vansimtap blir benyttet. For dette valget vil da kurven for gjennomsnittlig produksjon være sammenfallende med kurven for produksjon ved risiko.



Figur 16: Eksempel på estimert produksjon i analyseperioden for valget Budget none.

Videre i denne oppgaven har vi sett nærmere på alternativene Budget volume og None. Budget trend gir ekstremt stort utfallsrom, og dette er urealistisk. Produksjonen kan typisk synke mye i enkelte perioder (typisk sommer), men vil stige igjen når magasinene fylles opp og / eller forbruket øker. Vi har dermed valgt å se bort i fra alternativet Budget trend. Dette alternativet kan eventuelt benyttes for simulering over en kort periode, hvor trend effekter er mer dominerende.

I utgangspunktet er det ønskelig å simulere produksjonen med usikkerhet. Dermed er alternativet Budget volum sterkt å foretrekke fremfor alternativet None. Vi har likevel valgt å gå videre med begge disse. Bakgrunnen er at vi ønsker å sammenlikne Cash flow at risk tilnærmingen med Cash flow at risk with price and production paths. Det vil være av interesse å studere forskjellen mellom disse to ulike tilnærmingene når produksjonen estimeres med eller uten usikkerhet (henholdsvis valgene Budget volume og None).

For simulering av produksjon ved Budget volume, er det nødvendig å beregne standardavvik i produksjonen for analyseperioden.

12.5.4 Standardavvik i produksjon

Dersom fremtidig produksjon ønskes å estimeres med usikkerhet (tilsvarende alternativet Budget volume), må det i Elviz Risk Manager testes inn verdier for produksjonens standardavvik i analyseperioden. Disse avvikene kan testes inn for hver dag, hver uke, eller lengre perioder kan tilegnes samme standardavvik. I analysene i forbindelse med denne prosjektoppgaven er det i hovedsak benyttet standardavvik i intervaller på 4 uker.

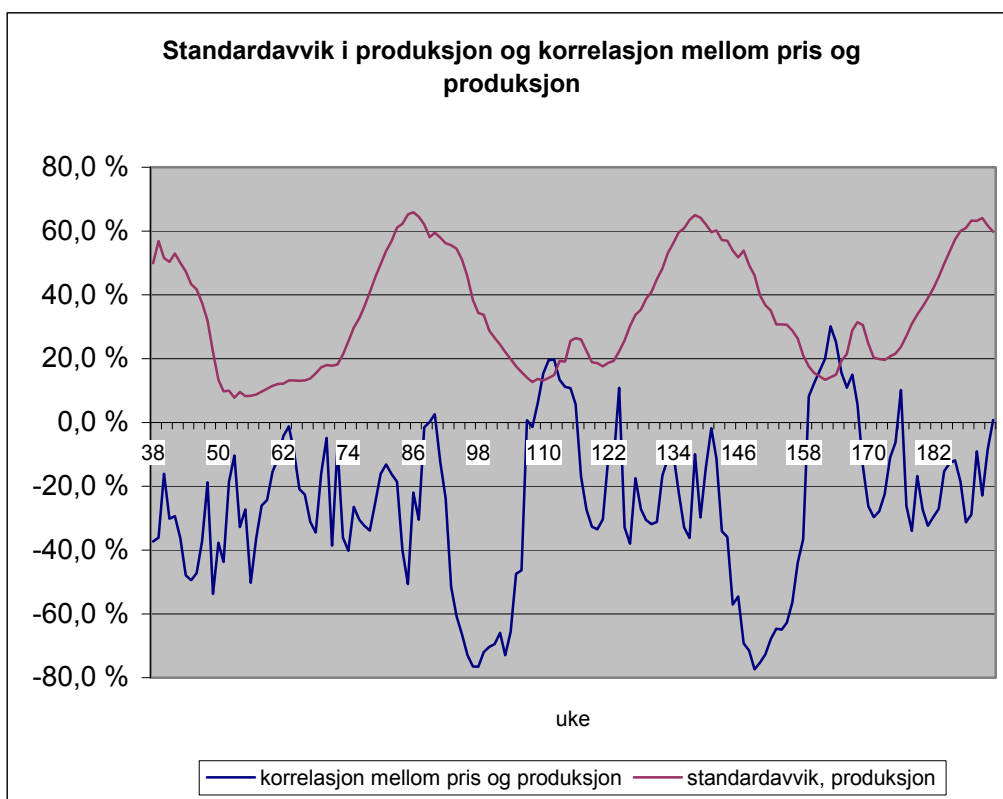
Basert på prisrekker og produksjonsbaner beregnet i uke 34 og 5 uker fremover, er standardavviket for (forventet) produksjon for hver uke i analyseperioden beregnet. Disse er tastet manuelt inn i Elviz Risk Manager. Analyse er også foretatt med standardavvik tastet inn for fireukers intervaller.

12.5.5 Korrelasjon mellom produksjon og pris

Korrelasjonene legges inn på samme måte som standardavvikene for produksjon, og bruker velger selv tidsoppløsning (minste alternativ er dag).

Med utgangspunkt i prisrekker og produksjonsbaner beregnet i uke 34 og 5 uker fremover, korrelasjon mellom (forventet) produksjon og (forventet) pris for hver uke i analyseperioden beregnet. Disse er tastet manuelt inn i Elviz Risk Manager. Analyser er også foretatt med korrelasjon tastet inn for fireukers intervaller, og for korrelasjonsverdier lik 0.

Figur 17 viser standardavvik for produksjon og korrelasjonen mellom pris og produksjon fra og med uke 38, 2004 og tre år frem i tid, som er tastet inn i Elviz.



Figur 17: Standardavvik i produksjon og korrelasjon mellom pris og produksjon tastet inn i Elviz Risk Manager. Standardavviket er gitt som prosent i forhold til ukas gjennomsnittsproduksjon.

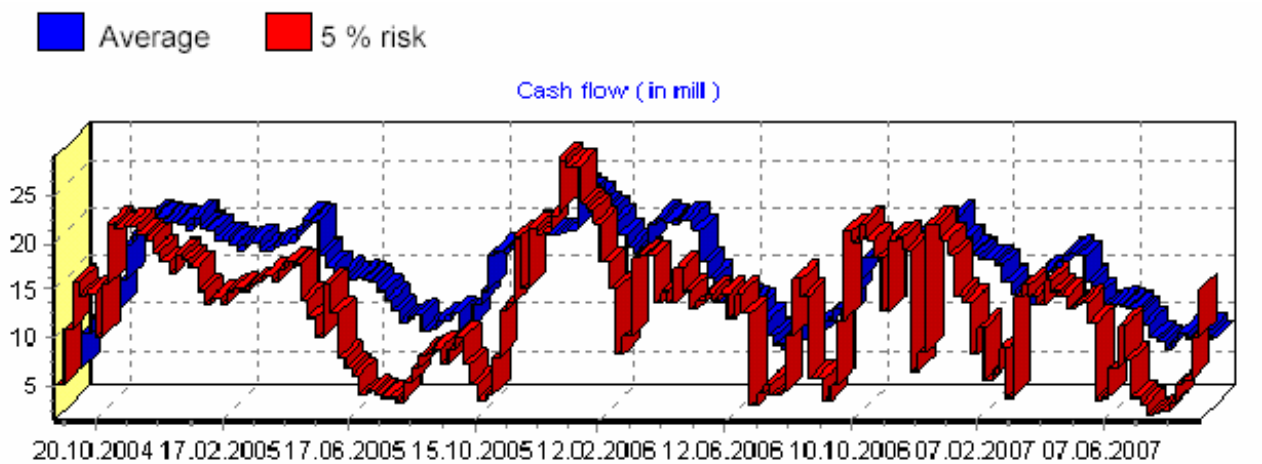
12.5.6 Andre muligheter

I Elviz Risk Manager Cash flow at risk er det mulig å legge inn korrelasjon mellom priser i ulike NordPool-områdene. Det er også mulig å legge inn valutakorrelasjoner, for eksempel mellom norske kroner og euro. Standardavviket for valutakurser kan også lastes inn. Disse funksjonene i Elviz er i dag lite utprøvd (og fungerer tildels dårlig), og gjennom denne prosjektoppgaven er det ikke gjort endringer i de innlagte standardverdiene.

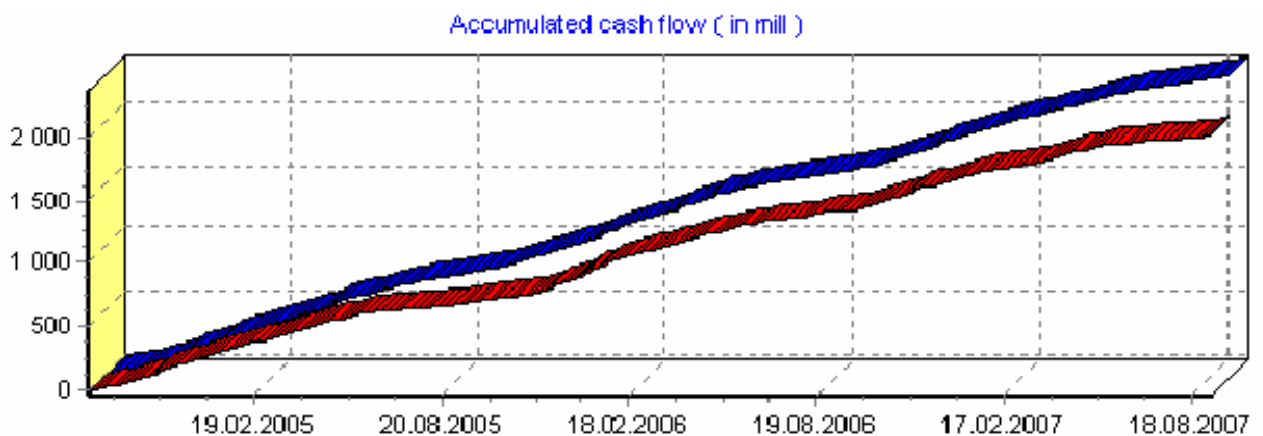
13 Resultater fra Elviz Risk Manager, Cash flow at risk with price and production paths

Cash flow at risk with price and production paths bruker hele tiden de samme 70 simuleringene (det vil si de 70 tilsigsscenarioene). Dette innebærer at når det utføres flere analyser for samme portefølje, og med samme analyseperiode, vil identiske resultater oppnås.

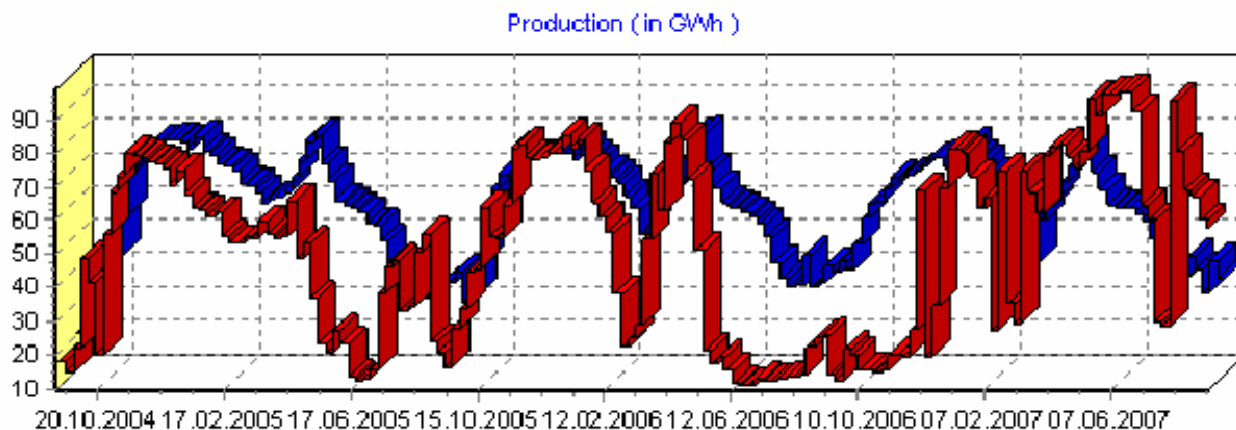
Graf 18-20 viser forventet kontantstrøm, akkumulert kontantstrøm og produksjon for testporteføljen over en analyseperiode på 3 år (med start 14.september 2004). De blå kurvene viser gjennomsnittet, mens de røde kurvene viser kontantstrøm og produksjon ved 5 % risiko.



Figur 18: Forventet kontantstrøm, Elviz Cash flow at risk with price and production paths



Figur 19: Forventet akkumulert kontantstrøm, Elviz Cash flow at risk with price and production paths



Figur 20: Forventet produksjon i GWh, Elviz Cash flow at risk with price and production paths

Tabell 1 oppsummerer de viktigste resultatene fra analysen.

Forventet kontantstrøm (millioner NOK)	2338,77
Kontantstrøm ved 5 % risiko (millioner NOK)	2020,48
Forventet produksjon (GWh)	9166,95
Produksjon ved 5 % risiko (GWh)	7916,42

Tabell 1: produksjon og kontantsrøm, Elviz Cash flow at risk with price and production paths

Sikringsporteføljen har en forventet avkastning på 12,91 millioner og bidrar til totalporteføljens (sikring + produksjon) risiko med – 129,31 millioner.

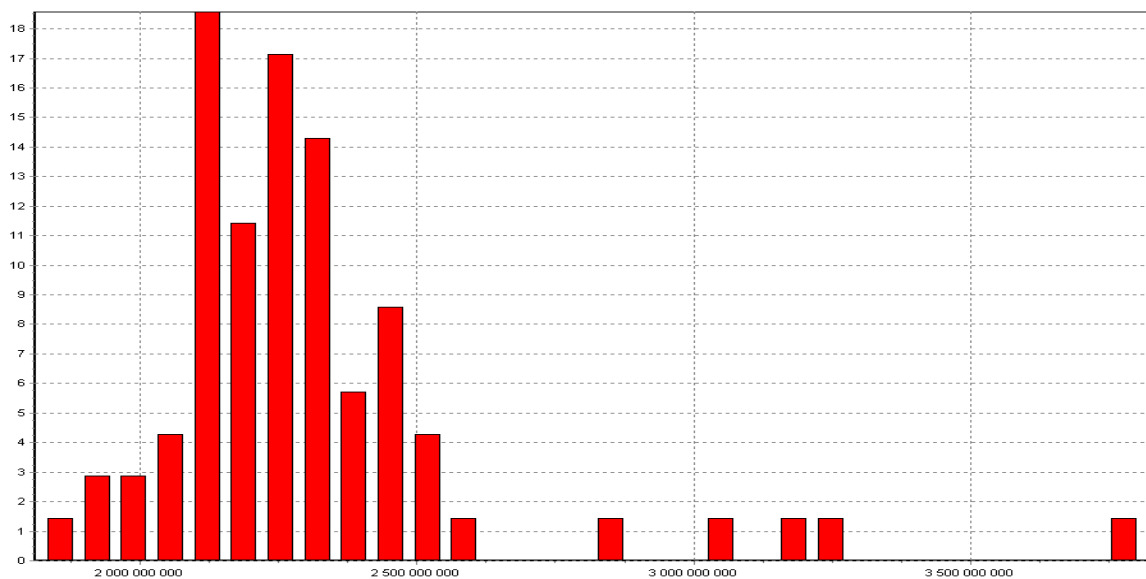
Den grafiske fremstillingen i figur 20 viser at forventet produksjonen følger et syklisk mønster som gjentar seg for hvert av de tre årene i analyseperioden. Forventet produksjon er lav om sommeren og høy om vinteren, med en liten nedgang på forvåren (typisk før vårflommen). Av den røde kurven i figur 20, som viser forventet produksjon ved 5 % nedfall, ser vi at utslagene generelt sett er størst i perioder med lav produksjon.

Forventet kontantstrøm og forventet produksjon er et gjennomsnitt regnet ut ifra de 70 scenarioene. Disse utvikler seg etter samme mønster utover i analyseperioden, høy produksjon i en uke svarer til høy kontantstrøm. Det er vanskeligere å se en sammenheng mellom kontantstrøm og produksjon ved risiko (her: 5 %). Dette skyldes at kurvene ved nedfall tilsvarer bestemte tilsigsscenarioer. Disse er ikke nødvendigvis de samme for

kontantstrøm og produksjon. For analysen gjennomført gjennom denne prosjektoppgaven tilsvarer kontantstrøm ved risiko vist i figur 18 et tilsigscenario, mens produksjonen ved risiko, vist i figur 20, tilsvarer et annet.

Det at risikorepresentasjonen er knyttet til bestemte tilsig, vil kunne forklare hvorfor produksjonen ved risiko er svært ulik for de tre årene i analyseperioden. Figur 20 viser for eksempel at forventet produksjon ved 5 % risiko er svært lav sommeren 2006.

Figur 21 viser analysens frekvensfordeling. Ideelt sett ønskes det at denne distribusjonen kan tilnærmes med en glatt Gausskurve (normalfordeling). På grunn av få simuleringer, viser figur 21 avvik fra denne formen. Dette viser at antall simuleringer kan være lite for å danne et godt bilde av forventet kontantstrøm. I analyse med pris- og produksjonsrekker i Elviz, er det kun 70 simuleringer til å representere de ulike percentilene for risiko. Dette innebærer for eksempel at 4 % risiko tilsvarer 5 % risiko (tilsigscenario 1979), og dette kan være uheldig.



Figur 21: Frekvensfordeling, Elviz Cash flow at risk with price and production paths
 Prosentvis andel av simuleringene på y-aksen; kontantstrøm på x-aksen.

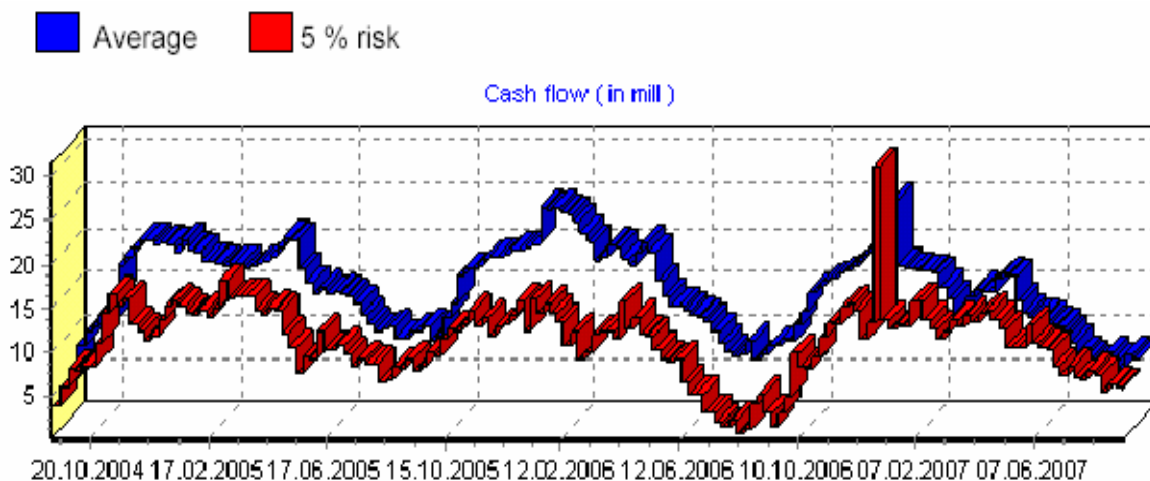
14 Resultater fra Elviz Risk Manager, Cash flow at risk

Flere analyser er utført i Elviz Risk Manager, Cash flow at risk for gjeldende portefølje og analyseperiode. Produksjonen er simulert med og uten usikkerhet, og volatilitetsplan (volatility graph) er benyttet for verdsettelse av opsjoner i porteføljen. Forwardkurve og tilhørende volatilitetsgraf, samt volatilitetsplan, er generert i Elviz Front Manager ut ifra datoen 14.09.2004 (analyseperiodens start).

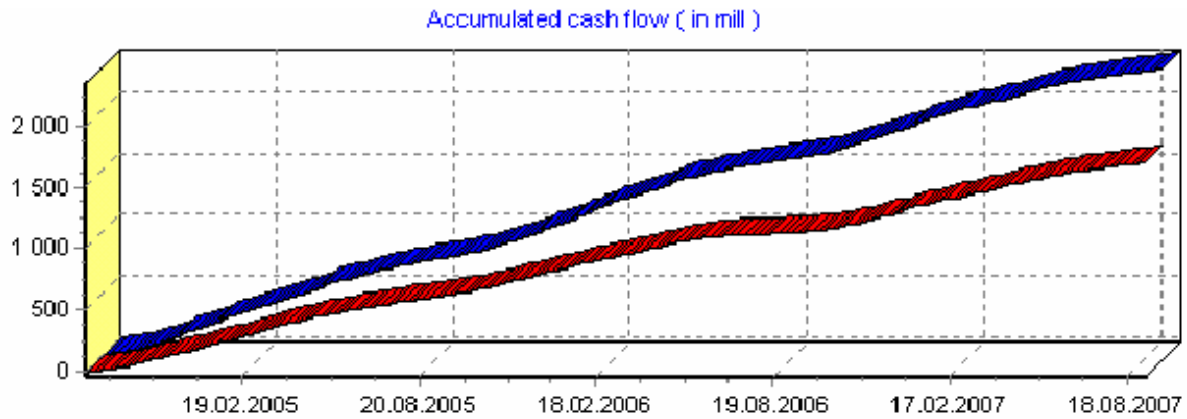
Noe avvik mellom analyser utført med samme inputs ble observert, dette skyldes bruk av tilfeldig uttrekk for forwardkurvene (Monte Carlo simulering). Disse avvikene kan reduseres ved å velge flere simuleringer per analyse.

14.1 Produksjon estimert uten usikkerhet

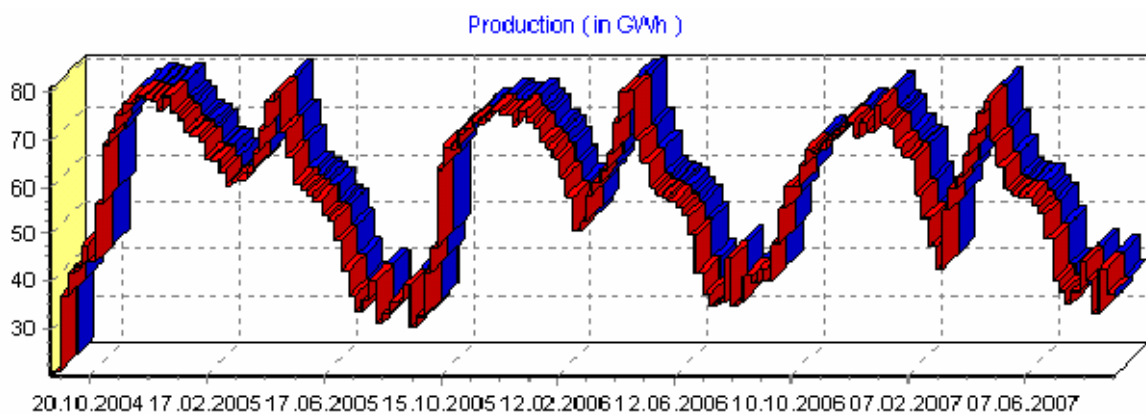
Figur 22-24 viser resultater fra en analyse (analyse 1), hvor produksjonen er estimert uten usikkerhet (alternativet None, jfr. avsnitt 12.5.3). De blå kurvene viser forventet verdi, mens de røde kurvene viser 5 % risiko.



Figur 22: Forventet kontantstrøm, Elviz Cash flow at risk, None



Figur 23: Forventet akkumulert kontantstrøm, Elviz Cash flow at risk, None



Figur 24: Forventet produksjon i GWh, Elviz Cash flow at risk, None

Tabell 2 viser de viktigste resultatene fra analyse 1.

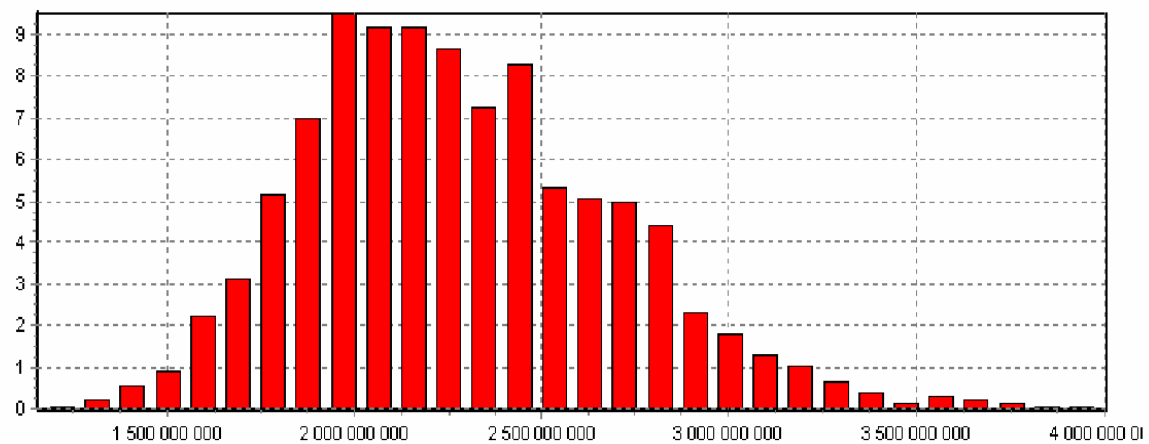
Forventet kontantstrøm (millioner NOK)	2335,98
Kontantstrøm ved 5 % risiko (millioner NOK)	1714,59
Forventet produksjon (GWh)	9166,95
Produksjon ved 5 % risiko (GWh)	9166,95

Tabell 2: Produksjon og kontantstrøm, Elviz Cash flow at risk, None

Sikringsporteføljen har en forventet avkastning på 23,58 millioner og bidrar til totalporteføljens risiko med – 162,26 millioner. Dette er noe gunstigere enn for analysen med pris og produksjonsrekker. Det er i utgangspunktet ikke forventet at sikringsporteføljen skal

generere en signifikant positiv kontantstrøm, dette kan innebære at sikringshandelen innlagt i testporteføljen er unaturlig gunstig for TEV.

Figur 25 viser frekvensfordelingen for forventet kontantstrøm for analyse 1. Sammenlignet med fordelingen for analyse med pris og produksjonsbaner (jfr. figur 21, kapittel 13), ligger denne fordelingen nærmere en normalfordelingsfordeling. Dette skyldes en kraftig økning i antall simuleringer. Teoretisk sett vil fordelingen fra analyse 1 nærme seg mer og mer en Gausskurve ettersom antall simuleringer økes.



Figur 25: Frekvensfordeling, Elviz Cash flow at risk, None.

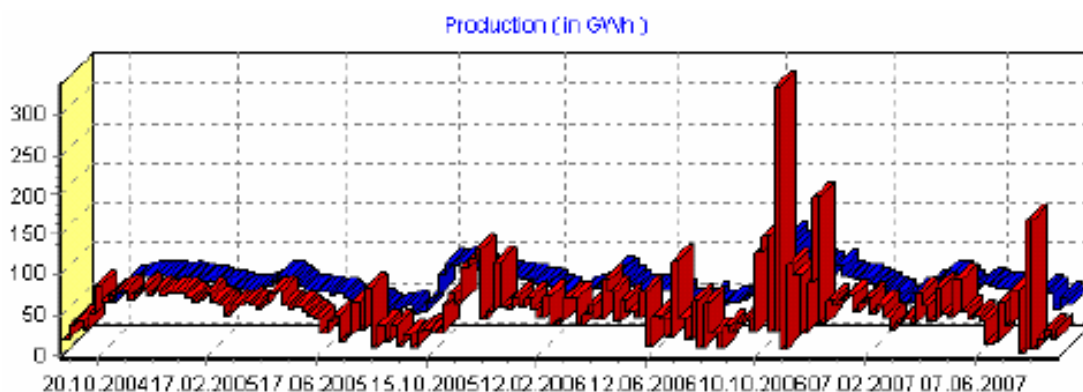
Prosentvis andel av simuleringene på y-aksen; kontantstrøm på x-aksen.

14.2 Produksjon estimert med usikkerhet

Analyser hvor produksjonen er estimert med usikkerhet (Budget volume, jfr. avsnitt 12.5.1) er også foretatt. Inputene er ellers de samme som for analysen utført med None, men for denne analysen er det i tillegg nødvendig å spesifisere standardavvik for produksjon og eventuelt korrelasjon mellom pris og produksjon.

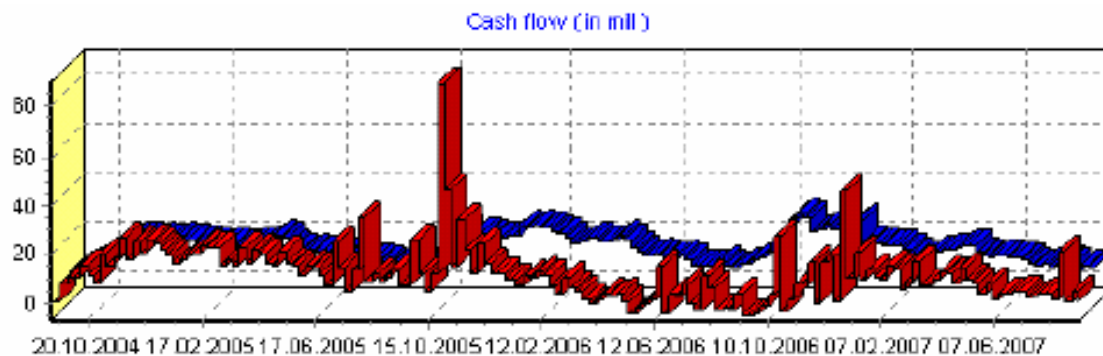
Standardavviket for produksjon og korrelasjon mellom produksjon og pris er tastet inn i 4 ukers intervaller for hele analyseperioden. På grunn av usikkerhet i estimering av korrelasjon, som diskutert i avsnitt 11.4, er det også foretatt analyser hvor korrelasjonen mellom pris og produksjon er satt til 0.

Ved analyse oppstår det et problem fordi det i Elviz ikke er mulig å sette restriksjoner for produksjonen (maks produksjon kan ikke overskride kapasiteten). Figur 26, som viser forventet produksjon og produksjon ved 5 % risiko illustrerer dette problemet. Maksimal produksjonskapasitet for TEV er i overkant av 85 GWh per uke.



Figur 26: Forventet produksjon i GWh, Elviz Cash flow at risk, Budget volume.
(Blå kurve viser forventet produksjon, rød kurve viser produksjon ved 5 % risiko).

I analysen vist i figur 26 er både standardavvik i produksjon og korrelasjon mellom pris og produksjon lagt inn. Analyser viser at produksjon som overskrider kapasiteten er et større problem dersom korrelasjon mellom pris og produksjon er benyttet i forhold til analyser utført uten korrelasjon. Dette skyldes at sterkt negative korrelasjonskoeffisienter vil tendere til å trekke simulert produksjon oppover i perioder med lav pris. Effekten vil være særlig stor i perioder, typisk om høsten, med stort standardavvik i produksjon kombinert med sterkt negativ korrelasjon.



Figur 27: Forventet kontantstrøm i mill NOK, Elviz Cash flow at risk, Budget volume.
 (Blå kurve viser forventet kontantstrøm, rød kurve viser kontantstrøm ved 5 % risiko).

Figur 27 viser forventet kontantstrøm og kontantstrøm ved 5 % risiko. Det er her viktig å legge merke til at kurvene for produksjon og kontantstrøm ved 5 % risiko ikke nødvendigvis svarer til samme simulering. Det vil si at produksjonen ved nedfall vist i figur 26 (rød kurve) ikke vil generere kontantstrømmen ved nedfall vist i figur 27 (rød kurve).

Tabell 3 og 4 viser gjennomsnittlige resultater fra analyser (10 analyser à 1200 simuleringer) hvor produksjonen er estimert med usikkerhet. Tabell 3 viser resultater fra analyser utført med innlagt standardavvik i produksjon og korrelasjon mellom pris og produksjon, mens tabell 4 viser resultater hvor korrelasjon er satt til 0.

Forventet kontantstrøm (millioner NOK)	2521,73
Kontantstrøm ved 5 % risiko (millioner NOK)	1845,48
Forventet produksjon (GWh)	10067,01
Produksjon ved 5 % risiko (GWh)	9071,71

Tabell 3: produksjon og kontantstrøm, Elviz Cash flow at risk, Budget volume, standardavvik og korrelasjon lagt inn i 4 ukers intervaller

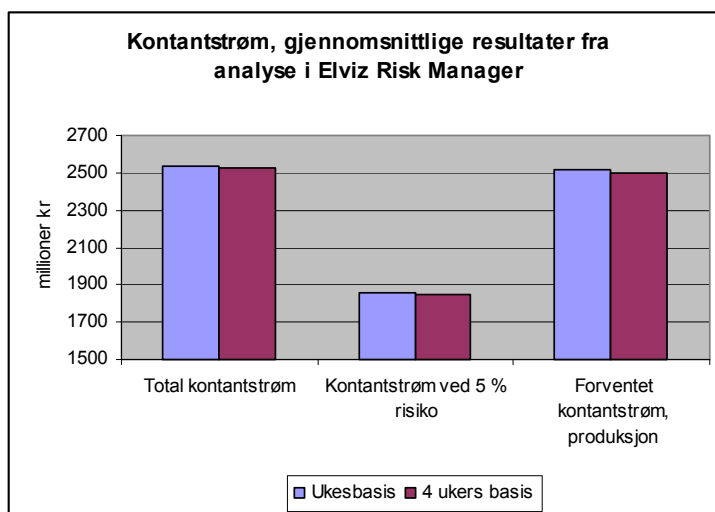
Forventet kontantstrøm (millioner NOK)	2341,63
Kontantstrøm ved 5 % risiko (millioner NOK)	1719,91
Forventet produksjon (GWh)	9174,03
Produksjon ved 5 % risiko (GWh)	8639,40

Tabell 4: produksjon og kontantstrøm, Elviz Cash flow at risk, Budget volume, standardavvik lagt inn i 4 ukers intervaller, ingen korrelasjon

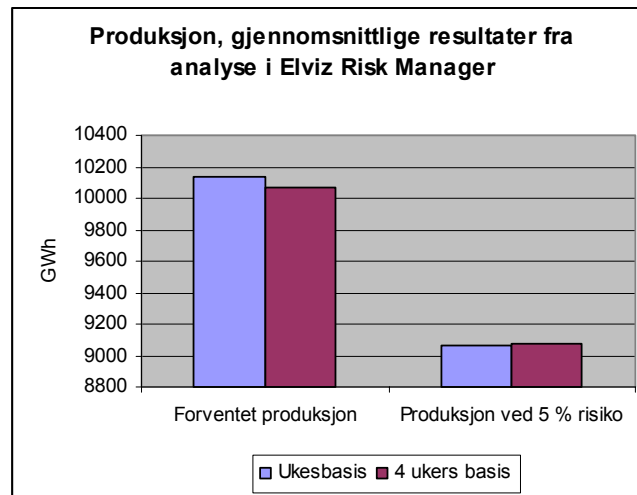
Tabell 4 viser at forventet produksjon og produksjon ved 5 % risiko er merkbart høyere for analyse utført med inntastede korrelasjonsverdier. Dette skyldes at produksjonen overestimeres (det vil si går utover maksimal kapasitet) i perioder, og innlagte verdier for korrelasjon styrker denne effekten.

14.3 Ukesbasis eller 4 ukers basis for korrelasjon og standardavvik

Analyser i Elviz Cash flow at risk, Budget volume er utført med korrelasjon mellom pris og produksjon og standardavvik for produksjon lagt inn både for hver uke og i intervaller på 4 uker. 10 analyser (à 1200 simuleringer) er gjennomført for hvert tilfelle. De gjennomsnittlige resultatene er vist i figur 28 og 29, og viser liten forskjell mellom de to tilnærmingene. Dersom en har gode indikasjoner på standardavvikets og korrelasjonens oppførsel, er det likevel en fordel å benytte seg av disse på ukesbasis, særlig for kortere analyseperioder. Et annet alternativ vil være å velge passende intervaller, det vil si intervaller hvor parametrene ventes å variere lite, og bruke denne inndelingen.



Figur 28: Forventet kontantstrøm, kontantstrøm ved 5 % risiko og kontantstrøm fra produksjonen. Korrelasjon og standardavvik tastet inn for hver uke og for intervaller på 4 uker.



Figur 29: Forventet produksjon og produksjon ved 5 % risiko.

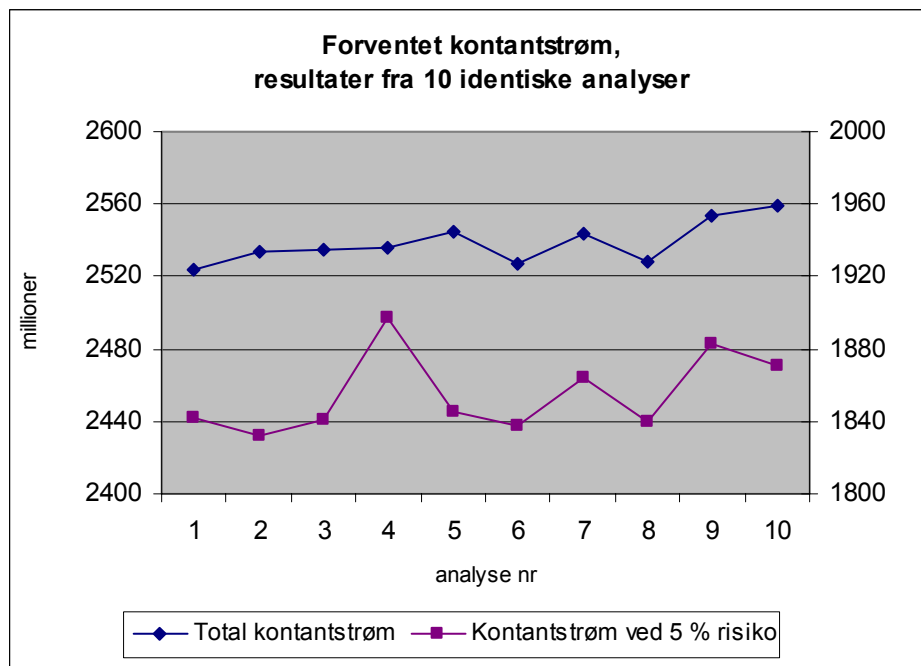
Korrelasjon og standardavvik tastet inn for hver uke og for intervaller på 4 uker.

14.4 Avvik mellom analyser med samme inputs

Som nevnt tidligere, observeres det avvik mellom resultatene for analyser i Elviz med samme inputs. Dette kommer av at simuleringen foregår ved å trekke tilfeldige forwardkurver, dette fører til at resultatene ikke alltid blir identiske med hensyn på prisen (forventet kontantstrøm). Dersom det blir lagt inn standardavvik i produksjonen, vil det også forekomme avvik mellom simulering av produksjon, og dette vil være med på å gjøre variasjonene større. Dersom det ønskes at alle simuleringer med samme inputs skal bli like, kan funksjonen *fixed seed* benyttes. Simuleringen benyttet i Elviz er egentlig ikke en helt tilfeldig tall generering, men det er lagt inn rekker med tilfeldige tall som blir benyttet i analysene. Ved å benytte denne funksjonen vil startpunktet for simuleringsrekken være bestemt på forhånd (startpunktet kan endres av bruker). For en vanlig analyse, uten bruk av denne funksjonen, vil startpunktet for simuleringen være tilfeldig, og dermed vil den tilfeldige tall rekken brukt i simuleringen bli forskjellig for hver simulering. Det er dette som fører til at resultatene avviker fra hverandre. Bruk av denne funksjonen kan gjøre det lettere å sammenligne resultater og legge merke til endringer fra uke til uke, men det gjør ikke til at selve simuleringen blir noe mer eksakt eller rettere. For å få til dette kan det være aktuelt å gjennomføre flere analyser og finne gjennomsnittet for disse.

Figur 30 viser en sammenligning for ti analyser med identiske inputs. Analysen er foretatt med *None* som simuleringsvalg for produksjonen. Dette fører til at kun variasjoner i pris får

betydning for endringen i kontantstrømmen (produksjonen er lik for alle analysene). Grafene viser at forventet kontantstrøm varierer fra 2321 mill NOK til 2340 mill NOK, ved kontantstrøm ved 5 % risiko ligger utfallene mellom 1715 mill NOK og 1744 mill NOK. Det bør dessuten legges merke til at de laveste verdiene for forventet kontantstrøm ikke nødvendigvis ble oppnådd ved samme analyse som den laveste verdien for kontantstrøm ved 5 % risiko. Dette kommer av at analysen ikke alltid har den samme frekvensdistribusjonen for utfallene. Ideelt sett skal distribusjonen av utfallene bli en Gausskurve, men denne fordelingen avviker noe mellom hver analyse.



Figur 30: Forventet kontantstrøm og kontantstrøm ved 5 % risiko ved 10 analyser med identiske input.
Analyse foretatt uten usikkerhet i produksjon (None)

15 Sammenligning av de to modellene

De to analysemetodene benyttet i Elviz er i utgangspunktet svært forskjellige. Den ene modellen er en deterministisk modell, mens den andre er basert på en rekke simuleringer innenfor et utfallsrom. Styrker og svakheter ved de to modellene blir diskutert i kapittel 16 og 17. I dette kapitlet blir resultater fra analyser utført ved bruk av de to modellene behandlet.

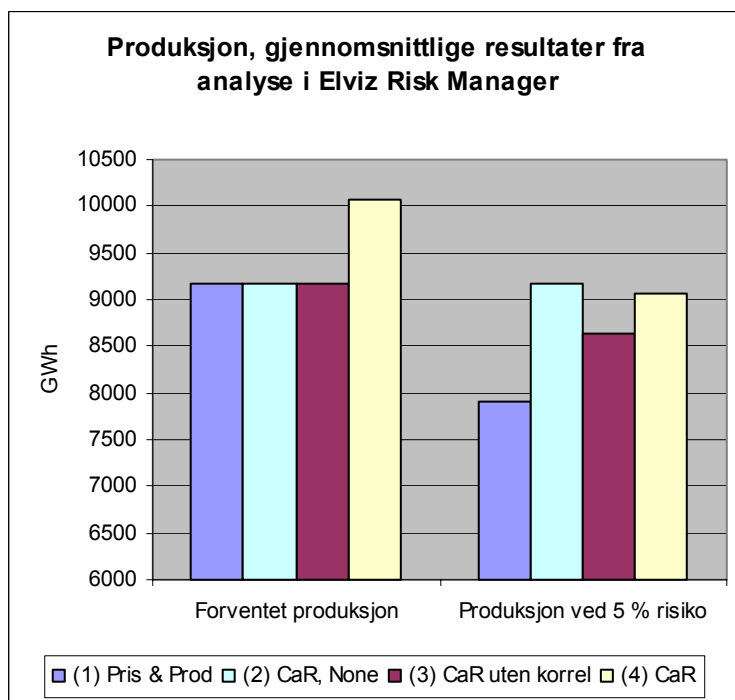
Resultater fra 4 ulike sett av analyser, utført i Elviz Risk Manager, skal sammenliknes. Alle analyser har inputs hentet inn fra samme dato (14.09.2004) og er utført for samme portefølje.

- 1) Analyse utført ved bruk av pris- og produksjonsrekker (jfr. kapittel 13)
- 2) Cash flow at risk analyse hvor produksjonen er estimert uten usikkerhet (None)
- 3) Cash flow at risk analyse hvor produksjonen er estimert med usikkerhet (Budget volume). Standardavvik lagt inn for perioder på 4 uker. Korrelasjonen mellom pris og produksjon er satt til 0.
- 4) Cash flow at risk analyse hvor produksjonen er estimert med usikkerhet (Budget volume). Korrelasjon og standardavvik lagt inn for perioder på 4 uker.

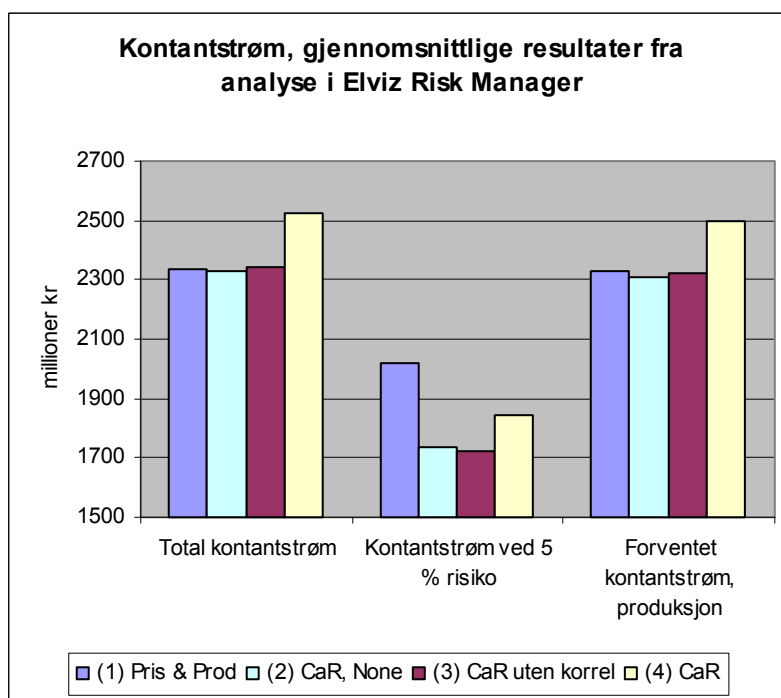
Figur 31 og 32 viser en grafisk fremstilling av resultatene for de ulike analysene. Nummereringen av kategoriene svarer til punklisten ovenfor. Figurene viser resultatet for analyseperioden (156 uker). For analyser utført med Cash flow at risk (2, 3 og 4) er gjennomsnittsverdi for 10 analyser vist.

Figur 31 viser at den mest markante forskjellen i forventet produksjon mellom de ulike alternativene er ved alternativ 4. Produksjonen her ligger i området 970 GWh over resultatene fra de andre alternativene, som er veldig like. Dette er en vesentlig forskjell. Store deler av forskjellen kan forklares av at produksjonen i perioder vesentlig overgår maksimalproduksjonen for bedriften. Forventet produksjon ved alternativ 1, 2 og 3 er nesten lik, men det kan legges merke til at produksjonen ved 5 % risiko skiller seg vesentlig fra hverandre ved de ulike alternativene. Alternativ 1 (pris- og produksjonsbaner) ligger for eksempel i overkant av 700 GWh under det laveste av de andre alternativene ved denne produksjonen. Det kan sees at alternativ 1 gir størst utslag mellom forventet produksjon og produksjon ved 5 % risiko (nedfall på 1250 GWh), etterfulgt av alternativ 4 (nesten 1000). For alternativ 3 (uten

korrelasjon) er variasjonen omtrent halvvvert, mens alternativet None ikke har noen variasjon i produksjonen.



Figur 31: Sammenlikning av resultater for produksjon for de ulike modellene



Figur 32: Sammenlikning av resultater for kontantstrøm for de ulike modellene

Figur 32 viser at alternativ 4 (som tar inn korrelasjon) har den høyeste forventede kontantstrømmen. Siden dette alternativet også har den desidert høyeste forventede produksjonen, er dette som forventet. Det som kan legges merke til at alternativ 1 gir den minste variasjonen mellom forventet kontantstrøm og kontantstrøm ved nedfall (318 mill NOK), mens variasjonen for de andre alternativene er vesentlig høyere (henholdsvis 595, 620 og 675 mill NOK).

16 Styrker og svakheter ved Elviz Risk Manager, Cash flow at risk with price and production paths

En av hovedstyrkene til Elviz Risk Manager, Cash flow at risk with price and production path, er at den er meget enkel i bruk. I tillegg baserer den seg på to modeller som er godt etablert i elektrisitetsmarkedet, Vansimtap og Samkjøringsmodellen. Mange av brukerne av Elviz har i stor grad allerede erfaringer med modellene som blir brukt, og vet en del om hvordan disse fungerer. For eksempel i hvilke perioder modellene har vist seg å gi riktige svar, og for hvilke perioder modellene eventuelt bør justeres før de tas i bruk i en analyse. Det eneste bruker må konsentrere seg om er å markedsjustere prisene på en riktig måte, og eventuelt foreta justeringer i egen produksjon. Alle andre data som trengs blir funnet i Vansimtap og Samkjøringsmodellen og hentes inn som filer ved kjøring av Elviz Risk Manager.

Samkjøringsmodellen baserer seg på virkelige tilsig fra år 1931-2000. Dette blir av mange sett på som en noe kort periode til å modellere tilsiget, andre igjen mener det er en fordel at modellen baserer seg på virkelige tilsig. For kritikere av Samkjøringsmodellen er dette et av hovedankepunktene mot modellen.

Prisene som kommer ut fra Samkjøringsmodellen er ikke markedsjusterte. For at simuleringene i Elviz skal gi et fornuftig resultat, må denne markedsjusteringen foregå på en riktig måte. Tidligere har TEV brukt risikostyringsprogrammet kW, dette programmet gjennomførte automatisk en markedsjustering av prisene fra Samkjøringsmodellen. TEV har ikke hatt tilgang til hvordan denne justeringen ble gjort, og har funnet avvik som de ikke har klart å forklare. For eksempel justerte kW markedsprisene rett for første vinter, men for de etterliggende vintrene justerte kW slik at den markedsjusterte prisen fikk en unormal markert nedgang mellom uke 1 og uke 14. Ved å benytte en god måte for markedsjustering av prisene fra Samkjøringsmodellen, kan trolig dette problemet unngås ved bruk av Elviz. (Jfr. justeringslikning i kapittel 7).

En annen svakhet ved Samkjøringsmodellen er at de som har brukt modellen over lang tid har sett at den har en tendens til å prise ukene før flommen litt for høyt. Med Samkjøringsmodellen oppleves det en pristopp i mars/april (uke 13-17) som markedet normalt ikke har. Dette kan mellom annet skyldes at markedet handler seg inn for å sikre

resultat og at dermed Samkjøringsmodellen ikke modellerer dette riktig fordi den bare tar inn tilsig, temperatur og snømagasin. Det kan også skyldes at Samkjøringsmodellen er basert på kun 70 tilsigsscenarioer, når forventet pris fra disse scenariene blir funnet kan enkeltår spille sterkt inn på resultatet. Blant annet er de simulerte prisene for årene 1939, 1940 og 1941 svært høye på grunn av ekstremt lite tilsig. I slike situasjoner er det viktig at brukere av Elviz er klar over denne svakheten i Samkjøringsmodellen.

17 Styrker og svakheter ved Elviz Risk Manager, Cash flow at risk (CaR)

En styrke ved Elviz Risk Manager, Cash flow at risk, er at det er mulighet for 5000 simuleringer. For hver simulering blir det simulert en forward kurve som gir utgangspunkt for forventet kontantstrøm med utfallsrom. I tillegg er prismodelleringen basert på en veletablert teoretisk modell. Med denne sterke koblingen til markedet blir priskurvene som blir tatt inn i CaR kontinuerlig justert i forhold til den informasjon som finnes i markedet mellom hver gang programmet blir kjørt.

I CaR er det mulighet for å manuelt legge inn en rekke input. Dette gjør at modellen blir mer komplisert, og dermed kan man regne ut resultater som tar hensyn til både volatilitet i pris og produksjon og diverse korrelasjonskoeffisienter. Bruker selv må definere disse inputene. Korrelasjonsmatriser for områdekorrelasjoner kan fåes av VIZ, den andre informasjonen må bruker selv skaffe til veie. Noen av inputene, som for eksempel korrelasjon mellom pris og produksjon, er vanskelige å modellere. Dette fører til at det skapes mange feilkilder i modellen. Dette må tas med i vurderingen i en analyse av resultatene fra Elviz Risk Manager, Cash flow at risk.

En stor svakhet i Elviz er at begrensninger i produksjonskapasitet ikke kan legges inn. Dette fører til at produksjonen i tilfeller overskrider den faktiske installerte produksjonskapasiteten til produsenten. I ekstremtilfeller overskrides denne kapasiteten mye. Simuleringene har vist at dette særlig gjelder grafene for produksjon ved risiko, men i tilfeller overstiger også gjennomsnittsproduksjonen maksimal kapasiteten. Dette problemet kan unngås ved å ikke legge inn volatiliteter i produksjonen, men da faller også estimering av produksjon med usikkerhet bort. Dersom en ønsker å legge inn volatiliteter, bør problemet med mulig overskridelse av maksimal kapasitet tas hensyn til. Dette er vanskelig, særlig for høstmånedene da det normalt er høy volatilitet i produksjonen på grunn av variable nedbørmengder og fyllingsgrader av magasinene.

18 Konklusjon

Gjennom denne prosjektoppgaven har risikostyringssystemet Elviz blitt benyttet for modellering av produksjonsporteføljen til Trondheim Energiverk. De to ulike tilnærmingene for modellering i Elviz, Elviz Cash flow at risk with price and production paths og Elviz Cash flow at risk, har blitt studert med hensyn på analyseresultatenes utfallsrom, nødvendige inputs og estimering av disse.

Estimering av standardavvik i produksjon og korrelasjon mellom pris og produksjon er en viktig del av risikoanalysen. Bestemmelse av standardavvik i produksjon ut ifra historiske data og beregninger fra data basert på historiske tilsig ga konsistente resultater. Korrelasjon mellom pris og produksjon viste seg vanskeligere å estimere, og det bør sees nærmere på hvordan denne kan modelleres.

Et problem med Elviz Cash flow at risk er at det ikke kan legges inn restriksjoner som sørger for at produksjonsvolumet ikke overskrider kapasiteten. Analyser av produksjonsporteføljen viste at dette i perioder gir en urealistisk høy produksjon. Problemet ble forsterket da estimerte verdier for korrelasjon mellom pris og produksjon ble benyttet i analysen. Elviz gir mulighet for å estimere produksjonen uten usikkerhet, og slik unngås det at produksjonen overskrider kapasiteten, men en slik tilnærming vil ikke være fordelaktig, da produksjonen, både intuitivt og historisk sett, faktisk er usikker.

Analyser utført med de to modellene gir relativt lik forventningsverdi for produksjon og kontantstrøm, men at det er større forskjeller knyttet til risikoen. Generelt gir analyser med pris- og produksjonsrekker høyere kontantstrøm ved 5 % nedfall.

19 Kilder og referanser

Referanser

- [1] P. Bjerksund, H. Rasmussen og G. Stensland: Valuation and risk management in the Norwegian electricity market
- [2] VIZ Risk Management Services AS: Technical document regarding estimation of Term Structures of Electricity Prices (TSEP)
- [3] OED: <http://odin.dep.no/archive/oedvedlegg/01/02/EVfak029.pdf> (19.10.2004)
- [4] Rismark, Johannesen, Flatabø, Olaussen: Kraftsituasjonen i Norge vinteren 96/97. Analyser av kraftoppdekning og importbehov, Sintef 1996
<http://www.energy.sintef.no/publ/rapport/96/tr4466.htm> (19.10.2004)
- [5] P.B. Solibakke: Efficiently Estimated Mean and Volatility Characteristics for the Nordic Spot Electric Power Market, Department of Business Administration and Economics, Molde College
- [6] Chris Brooks: Introductory econometrics for finance, 2002 (kapittel 10)
- [7] James Chilson: Parallel Computation of High Dimensional Robust Correlation and Covariance Matrices, Western Oregon University, 2001

Kilder

Bjerksund, Carlsen og Stensland (2001): Verdssettelse av kraftopsjoner

VIZ Risk Management Services AS (2000), The term structure of volatilities in Elviz

Oljedirektoratet: http://www.npd.no/Norsk/Emner/Ressursforvaltning/Ressursregnskap_og_-_analyse/Ressursrapport_2003/Ressrapp_03_kap3.htm (05.10.2004)

Stiftelsen Frischsenteret for samfunnsøkonomisk forskning:

http://www.frisch.uio.no/pdf/rapp03_04.pdf (05.10.2004)

ECON:

[http://www.econ.no/oslo/econ.nsf/0/2D4F21AAA67BAE0E41256CE200539683/\\$FILE/TN02-03+MSA.pdf](http://www.econ.no/oslo/econ.nsf/0/2D4F21AAA67BAE0E41256CE200539683/$FILE/TN02-03+MSA.pdf) (05.10.2004)

Sintef:

http://www.sintef.no/eway/default0.asp?pid=199&oid=0&e=0&trg=Column1_9593&MainPage_3296=9593:31387::0:9485:1:3296;9471;9483:::10:0:0&Column1_9593=9593:23552
(05.10.2004)

Nord Pool:

<http://www.nordpool.no> (flere besøksdatoer i september, oktober og november 2004)

Vedlegg 1: Testportefølje

Til venstre vises alle aktive kontrakter i sikrings- porteføljen. Kontraktene er priset etter Nord Pools systempris. For alle kontrakter er Nord Pool lagt inn som annenpart (det vil si alle kontrakter kjøpes og selges via Nord Pool til oppgitt pris).

Testporteføljen analysert gjennom denne prosjektoppgaven består i tillegg til sikringsporteføljen, av egen produksjon.

Portfolio	Company	Instrument	Type	Buy/Sell	Volume	MWh	Price	Currency
Sikring test	TEV Kraft	FWYR-06	Forward	Buy	150	1314000	190	NOK
Sikring test	TEV Kraft	FWYR-06	Forward	Buy	150	1314000	180	NOK
Sikring test	TEV Kraft	Q1-06	Forward	Sell	-100	-215900	320	NOK
Sikring test	TEV Kraft	FWYR-07	Forward	Sell	-50	-438000	35	EUR
Sikring test	TEV Kraft	FWYR-05	Forward	Sell	-200	-1752000	320	NOK
Sikring test	TEV Kraft	FWV1-05	Forward	Sell	-90	-259110	320	NOK
Sikring test	TEV Kraft	FWV2-04	Forward	Buy	60	132540	55	NOK
Sikring test	TEV Kraft	ASIP/A YR-06 230.00	Asian	Buy	30	262800	14	NOK
Sikring test	TEV Kraft	EURP SO-05 21-APR-05 230.00	European	Buy	30	110160	10	NOK
Sikring test	TEV Kraft	EURP Q4-06 21-SEP-06 280.00	European	Buy	50	110450	5	NOK
Sikring test	TEV Kraft	M11-04	Forward	Sell	-46	-33120	300	NOK
Sikring test	TEV Kraft	EURC V1-05 16-DEC-04 300.00	European	Buy	50	143950	5	NOK
Sikring test	TEV Kraft	Q3-06	Forward	Buy	20	44160	294	NOK
Sikring test	TEV Kraft	M10-04	Forward	Sell	-25	-18625	294	NOK
Sikring test	TEV Kraft	FWV2-04	Forward	Sell	-50	-110450	340	NOK
Sikring test	TEV Kraft	FWV2-05	Forward	Buy	25	55225	235	NOK
Sikring test	TEV Kraft	FWSO-05	Forward	Sell	-8	-29376	220	NOK

From	To	Hours	Put/Call	Strike	Split	Expiry
01.01.2006	31.12.2006	8760				
01.01.2006	31.12.2006	8760				
01.01.2006	31.03.2006	2159				
01.01.2007	31.12.2007	8760				
01.01.2005	31.12.2005	8760				
01.01.2005	30.04.2005	2879				
01.10.2004	31.12.2004	2209				
01.01.2006	31.12.2006	8760	Put	230	All	
01.05.2005	30.09.2005	3672	Put	230		21.04.2005
01.10.2006	31.12.2006	2209	Put	280		21.09.2006
01.11.2004	30.11.2004	720				
01.01.2005	30.04.2005	2879	Call	300		16.12.2004
01.07.2006	30.09.2006	2208				
01.10.2004	31.10.2004	745				
01.10.2004	31.12.2004	2209				
01.10.2005	31.12.2005	2209				
01.05.2005	30.09.2005	3672				

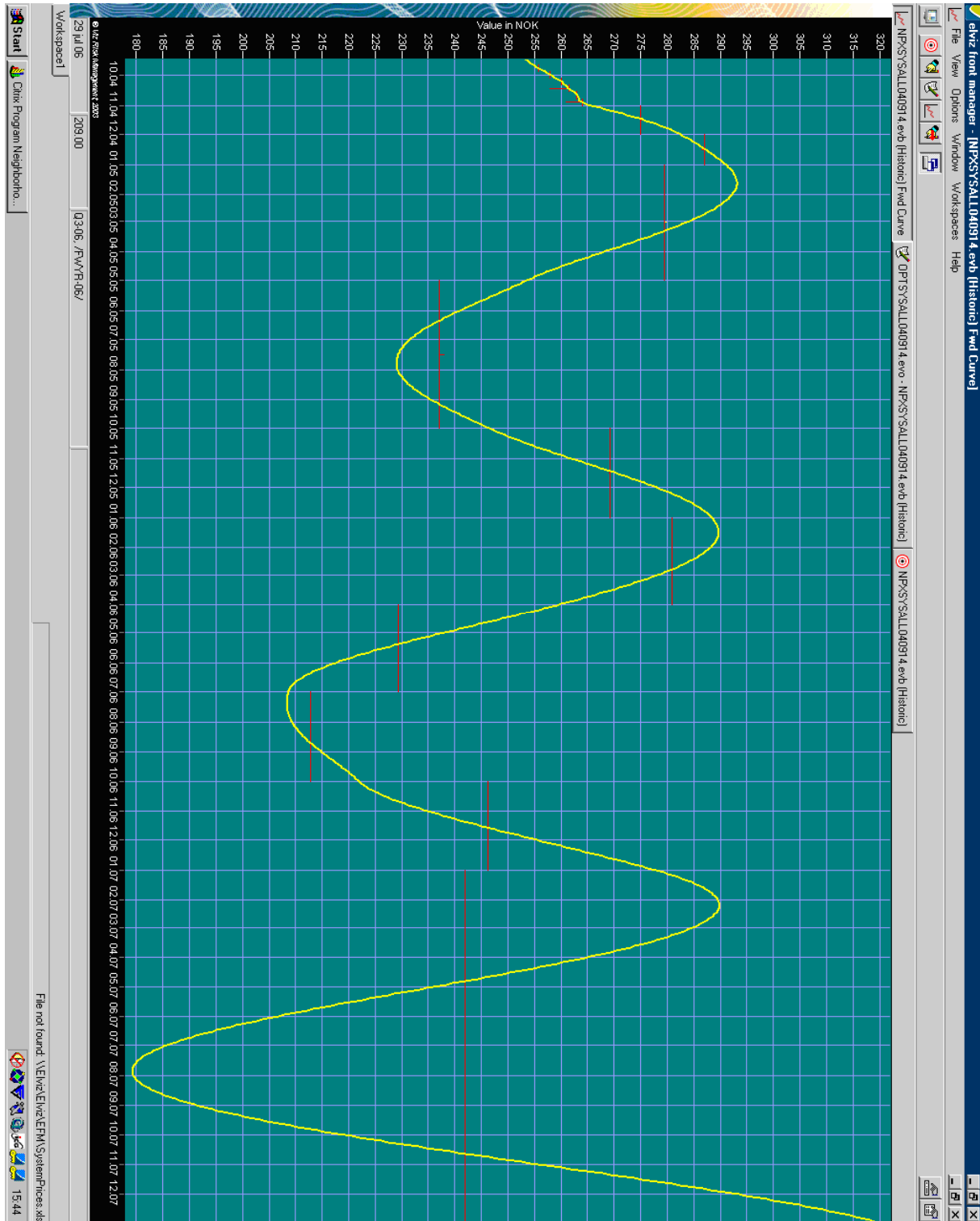
Vedlegg2: Pris- og produksjonsrekker fra Samkjøringsmodellen og Vansimtap**Prisrekker, kr/MWh**

År	Elviz Risk Manager Price Paths									
2004	Uke	1931	1932	1933	1997	1998	1999	2000
Uke	38	262,41	259,53	263,48			252,61	255,90	263,25	257,28
38	39	267,08	262,97	268,49			256,76	261,56	267,00	261,89
	40	267,63	265,47	270,71			259,14	264,93	267,72	263,23
	...									
	...									
	256	267,54	280,07	281,20			266,24	272,34	287,26	263,26
	257	269,10	281,05	296,89			266,66	273,02	292,05	262,95
	258	277,26	280,09	302,70			271,03	273,18	308,52	261,73
	259	272,77	277,39	302,28			268,57	268,88	296,03	263,26
	260	270,05	276,03	291,97			266,72	266,80	295,55	262,34

Produksjonsbaner, MWh

År	Elviz Risk Manager Production Paths									
2004	Uke	1931	1932	1933	1997	1998	1999	2000
Uke	38	21756	24760	16748			31066	17606	17032	16689
38	39	63827	65906	50551			70560	13109	15025	11704
	40	61488	56440	48805			54023	16982	44741	14899
	41	57901	49696	45198			53399	19279	25407	15444
	...									
	...									
	256	76843	84577	19522			81891	81390	84800	84674
	257	72485	77855	19654			76451	78922	80716	85368
	258	71305	77799	76764			84234	81544	83539	84305
	259	72332	78208	17893			79114	77765	62692	81499
	260	71364	79448	77036			81118	74621	84590	81471

Vedlegg 3: Forwardkurve for pris over en periode på 3 år, generert i Elviz Front Manager for datoen 14.09.2004 (uke 38)



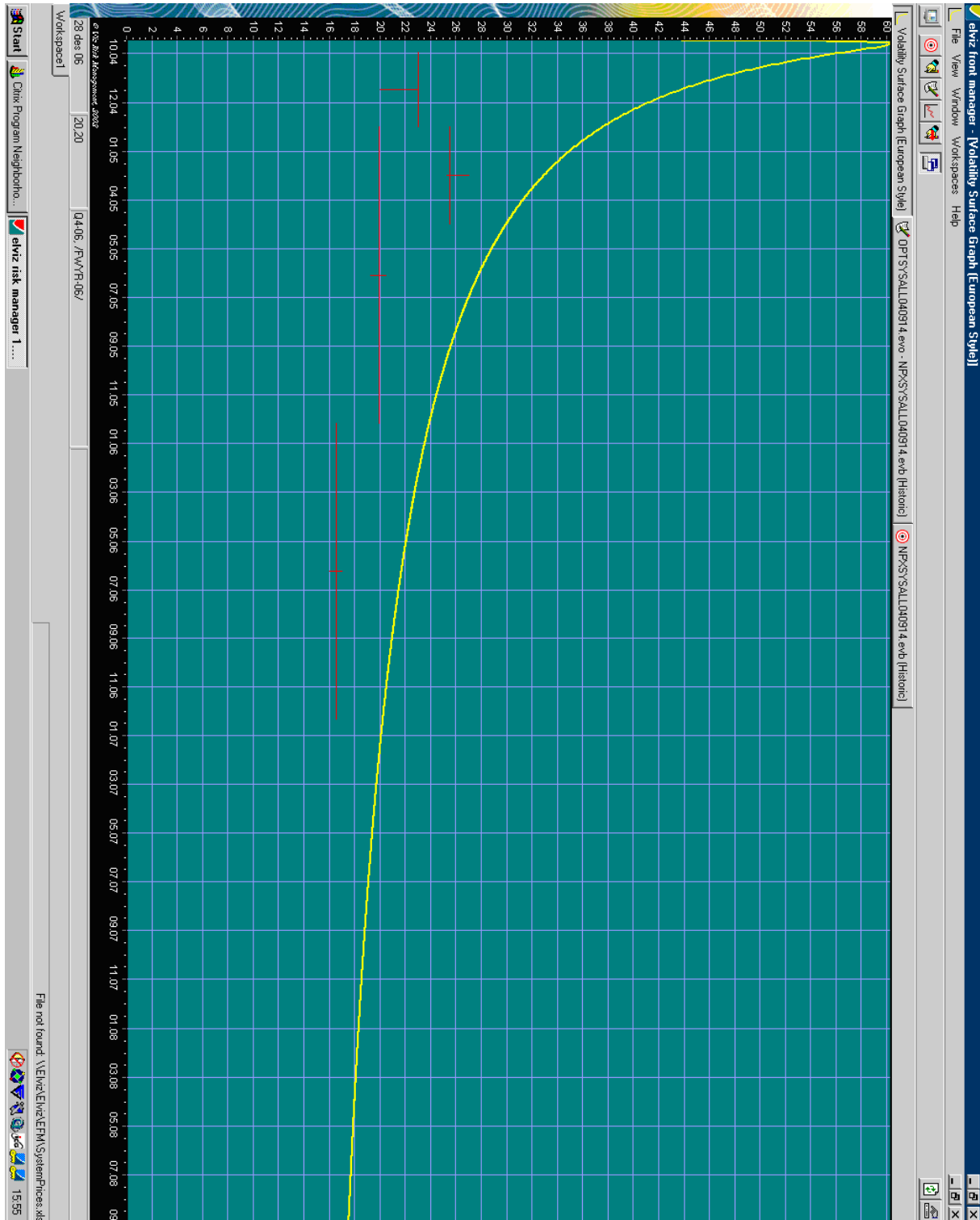
Forward price curve: De røde strekene markerer kontrakter omsatt i markedet.

Vedlegg 4: Opsjonsark fra Elviz Front Manager, til generering av volatility surface (jfr. figur 12)

Name	Type	C/P	fwd	Period	Strike	Bid	Ask	Comp.
EURC V2-04 16-SEP-04 ATM BASE	<input checked="" type="checkbox"/> European	Call	274.58	FwV2-04	274.58	1.62	1.86	1.86
EURC V1-05 16-DES-04 ATM BASE	<input checked="" type="checkbox"/> European	Call	279.55	FwV1-05	279.55	14.16	15.11	14.28
EURC YR-05 16-DES-04 ATM BASE	<input checked="" type="checkbox"/> European	Call	259.04	FwYR-05	259.04	10.01	10.64	10.35
EURC YR-06 15-DES-05 ATM BASE	<input checked="" type="checkbox"/> European	Call	242.19	FwYR-06	242.19	16.87	17.92	17.45

BidVol	AskVol	CompVol	Intr.price	CUR	From	To	Expiry	Hours
20.0000	23.0000	23.0000	0.0000	NOK	1 okt 04	31 des 04	16 sep 04	2209
25.3000	27.0000	25.5120	0.0000	NOK	1 jan 05	30 apr 05	16 des 04	2879
19.3000	20.5000	19.9465	0.0000	NOK	1 jan 05	31 des 05	16 des 04	8760
16.0000	17.0000	16.5535	0.0000	NOK	1 jan 06	31 des 06	15 des 05	8760

Vedlegg 5: Volatilitetskurve for forwardpris over en periode på 3 år, generert i Elviz Front Manager for datoen 14.09.2004 (uke 38)



Volatility surface graph: De røde strekene markerer kontrakter omsatt i markedet. Volatilitetsgrafen (volatility graph) har liknende form, men størrelsen på volatilitetene kan variere mellom disse to grafene fordi det ikke er de samme kontraktene som legger grunnlaget for genereringen av de to grafene.

Vedlegg 6: Opprinnelig oppgavetest fra TEV

Modellering av produksjonsportefølje

En produksjonsportefølje kan i et system for risikostyring hos en vannkraftprodusent modelleres på to ulike måter:

1. Gjennom simuleringer av det nordiske kraftsystemet i Samkjøringsmodellen genereres prisrekker. I modellen er produksjonsanlegg, forbruksmønster og utvekslingsforbindelser i det nordiske kraftsystemet detaljert modellert. I tillegg oppdateres modellen fortløpende med tilgjengelig fundamentale data som påvirker kraftprisen. Prisrekkene som genereres gjenspeiler forventet spotpris pr uke i simuleringsperioden gitt at historiske tilsigsår (f.eks. 1931-2000) blir gjentatt. Prisrekkene kan markedsjusteres slik at forventet spotpris tilsvarer registrert terminpris.

Produsentene beregner produksjonsrekker i en detaljert modell av egne produksjonsanlegg (Vansimtap) for de samme tilsigsårene. Prisrekker og produksjonsrekker leses inn i risikostyringssystemet. I risikostyringssystemet er alle kontrakter registrert slik at produsenten kan beregne forventet handelsresultat med utfallsrom for produksjonsporteføljen.

2. På grunnlag av registrerte markedspriser genereres en kontinuerlig forwardkurve for forventet spotpris. Utfallsrom for prisen genereres på grunnlag av forwardkurven og registrert volatilitet i markedet.

Produksjonen beregnes i Vansimtap, men bare forventet (midlere) fremtidig produksjon leses inn i risikostyringssystemet. På grunnlag av middelproduksjon og statistiske parametere (standardavvik og korrelasjon mellom pris og volum) genereres syntetiske produksjonsrekker.

På denne måten kan det genereres et stort antall sammenhørende rekker for pris og produksjon. Sammen med registrerte kontrakter kan det beregnes forventet handelsresultat med utfallsrom for produksjonsporteføljen.

De to metodene representerer to ulike skoleretninger for modellering av en produksjonsportefølje. Fordeler og ulemper med de to metodene skal undersøkes. Spesielt skal det vurderes hvordan de to metodene kan beskrive utfallsrom og risiko i produksjonsporteføljen. Metodene vurderes ut fra simuleringer med utgangspunkt i produksjonsporteføljen til Trondheim Energiverk Kraft AS (TEV Kraft).