

FORORD

Denne rapporten er utarbeidet høsten 2002 og er en prosjektoppgave utarbeidet i tilknytning til fordypningsemnet første semester det 5. året ved sivilingeniørstudiet for industriell økonomi og teknologiledelse. Temaet for oppgaven ligger under fagseksjon for investering, finansiering og økonomistyring(IFØ).

Oppgaveformuleringen ble utviklet over tid, og har gitt utfordringer innen teori for prising av derivater samt implementering av prisingsmodeller ved bruk av programmering. Arbeidet med oppgaven har vært en stor utfordring og svært lærerikt.

Veileder for prosjektet har vært førsteamanuensis Stein-Erik Fleten. Jeg vil gjerne takke ham for all hjelp og faglig støtte.

Trondheim, 20. november 2002

Bård Bringedal

SAMMENDRAG

Investeringer relatert til gassprosjekter krever langsiktige kontrakter for salg av gass. Dette er nødvendig for å sikre de store og irreversible investeringene i produksjon og transmisjon. En typisk norsk gasskontrakt kan være på 20 år. Kontraktene som inngås er gjerne såkalte Take-or-Pay kontrakter. Kontrakten gir kjøper muligheten til å frastå fra å kjøpe gass dersom betingelsene skulle være ugunstige ved et gitt tidspunkt. Hvor mye kjøper kan frastå fra å kjøpe, og straffen for ikke å klare minimumskravet for total mengde mottatt gass, er spesifisert i kontrakten.

Verdien av en Take-or-Pay kontrakt er sti-avhengig, det vil si at den optimale kjøpestrategien ved hver kjøpedato er avhengig av tidligere beslutninger. Samtidig er den optimale kjøpestrategien avhengig av hvilke konsekvenser beslutningen som tas nå vil få for fremtidige beslutninger. Dette gjør at kontrakten er komplisert å verdsette. Andrew Thompson presenterte en modell for å verdsette nettopp slike Take-or-Pay kontrakter. Til tross for sin sti-avhengighet benyttes en trestruktur, tilsvarende for en Europeisk opsjon. Fremtidige beslutninger blir approksimert numerisk og ved å arbeide seg bakover i treet oppnås en løsning.

Thompsons metode blir presentert i denne oppgaven, og modellen blir modellert i Excel ved hjelp av Visual Basic.

Resultater gitt av det dynamiske programmet blir analysert. Analysen består av sammenligning av bruk av et binomisk tre kontra et trinomisk tre. En naturlig antagelse er at bruk av det trinomisk treet, som er en bedre approksimasjon til en kontinuerlig prisprosess, vil gi en bedre tilnærming til den korrekte løsningen raskere enn ved bruk av det binomiske treet. Dette viser seg imidlertid ikke å være tilfellet. Andre analyser vurderer hvordan forandringer i inputparametere påvirker verdien av kontrakten. Analysene er generelle, og tar ikke utgangspunkt i reelle kontraktbetingelser.

Innholdsfortegnelse

FORORD	I
SAMMENDRAG	II
1 INNLEDNING	1
2 GASS MARKEDET	2
2.1 DET EUROPEISKE GASSMARKEDET	2
2.2 MOT ET LIBERALT MARKED	3
3 TEORI,GRUNNLAG FOR MODELL	4
3.1 GEOMETRIC BROWNIAN MOTION	4
3.2 OPSJONER OG FORWARDKONTRAKTER.....	5
3.2.1 <i>Europeisk og amerikanske opsjoner</i>	5
3.2.2 <i>Sti-avhengige opsjoner</i>	6
3.2.3 <i>Opsjoner som både er stiavhengige og har flere utøvelses tidspunkt</i>	7
3.2.4 <i>Forwardkontrakt</i>	7
3.3 TRÆR.....	8
3.3.1 <i>Binomisk tre</i>	8
3.3.2 <i>Trinomisk tre</i>	9
3.4 MEAN REVERSION	10
4 METODE	12
4.1 FORUTSETNINGER.....	12
4.2 PROSEDYRE OG IMPLEMENTERING	15
5 ANALYSE AV RESULTATER	20
5.1 GENERELLE BETRAKTNINGER	20
5.2 KONTRAKTBETINGELSER.....	21
5.3 ANALYSE	22
5.3.1 <i>Antall tidssteg mellom kjøpedatoene</i>	22
5.3.2 <i>Take-or-Pay nivået og straffkoeffisienten, z</i>	23
5.3.3 <i>Input parametere for spotprosessen</i>	24
5.4 MEAN REVERSION.....	25
6 KONKLUSJON	27
7 LITTERATURLISTE	28
8 VEDLEGG A	30

FIGURE 3-1 UTBETALINGER FOR EUROPEISKE OPSJONER: (A) LONG CALL, (B) SHORT CALL, (C) LONG PUT, (D) SHORT PUT.....	5
FIGURE 3-2 BINOMISK TRE STRUKTUR.....	9
FIGURE 3-3 TRINOMISK TRE STRUKTUR.....	10
FIGURE 4-1 STRAFFUNKSJON.....	13
FIGURE 4-2 KVASIKONKAV FUNKSJON	14
FIGURE 4-3 TAKE-FUNKSJON	14
FIGURE 4-4 FØRSTEORDENSBETINGELSER VED TIDSPUNKT N	16
FIGURE 4-5 FØRSTEORDENSBETINGELSER VED TIDSPUNKT N-1	18
FIGURE 5-1 FORWARD PRISER	20
FIGURE 5-2 VERDIEN AV TOP KONTRAKTENS FLEKSIBILITET	21
FIGURE 5-3 VERDIEN AV KONTRAKTEB SOM FUNKSJON AV ANTALL TIDSSTEG.....	22
FIGURE 5-4 VERDIEN AV KONTRAKTEN SOM FUNKSJON AV TOP-NIVÅ.....	23
FIGURE 5-5 VERDIEN AV KONTRAKTEN SOM FUNKSJON AV TOP-NIVÅ ($z=1$)	24

1 INNLEDNING

Gassprosjekter innebærer investeringer som krever flere tiårs perspektiv. Investeringer må gjøres i både produksjonsfasiliteter, transmisjon, lagringskapasitet og distribusjon. Slike investeringer krever at langsiktige kontrakter, gjerne på rundt 20 år, inngås for salg av den produserte gassen for å sikre investeringene. Kontraktene som forhandles er såkalte take-or-pay kontrakter.

Slike kontrakter kan verken prises ved tradisjonelle metoder som Monte Carlo simulering eller vanlige tremodeller. Kontraktene er både stivhengige og flere beslutningstidspunkt, noe som gjør at andre metoder må tas i bruk.

Denne oppgaven baserer seg på fremgangsmåten Andrew C. Thompson presenterte i sitt paper; "Valuation of Path-Dependent Contingent Claims with Multiple Exercise Decisions over Time: The Case of Take-or-Pay". Thompson presenterer en metode for hvordan man verdsetter kjøps-kontrakter for råvarer som gir kjøper en form for fleksibilitet i timingen av kjøpet. Dette er en egenskap som er karakteristisk for "take-or-pay" kontrakter som er benyttet i handel av naturgass.

2 GASS MARKEDET

Norge er i ferd med å bli en storeksportør av gass. Etterspørselen etter gass vokser raskere enn etterspørselen etter noen annen energibærer både globalt og nasjonalt [Austvik,2000]. Norge er ved siden av å være verdens nest største oljeeksportør, også verdens tredje største og Europas nest største gasseksportør. I årene som kommer vil norsk gasseksport bli en stadig viktigere faktor for norsk økonomi, ettersom oljeproduksjonen ventes å flate ut og etter hvert synke.

2.1 Det europeiske gassmarkedet

Et gassmarked skiller seg fra oljemarkedet ved de store irreversible investeringene som gjøres i produksjon, lagringskapasitet, rørtransport og blant de som bruker gass. Den kostbare infrastrukturen gjør at gassen er mindre mobil over lange avstander enn oljen, noe som igjen fører til dannelse av "regionale" gassmarkeder med selvstendige prisingsmekanismer. Transportkostnader gjør at ressursene som det i dag er mulig å selge til det europeiske markedet begrenser seg til avstander opp til 5000 km fra bruksområdet.

Etterspørselen etter gass har vokst sterkt over hele verden i de siste 10 årene, og i Europa forventes den årlige veksten å være omlag 3-4 prosent årlig fram til 2020 [Austvik, 2000]. De største bruksområdene for gass i Europa er industriell bruk, husholdninger, gasskraftverk og i ulike bedrifter.

Slik dagens kontinentale europeiske gassmarked fungerer, selges og videreselges norsk gass flere ganger på sin vei fra borehullet til brenneren hos forbrukeren. For å sikre de store og irreversible investeringene i produksjon og transmisjon har det utviklet seg tette bånd mellom produsenter og rørselskapene og mellom produsent- og konsumentland. Dette har ført til store og langsiktige kontrakter mellom for eksempel Norge og transmisjonsselskapene. En typisk norsk gasskontrakt kan være på 20 år. Denne langsiktigheten i kontraktene har bidratt til at det med rimelig grad av økonomisk sikkerhet har vært mulig å bygge ut kostbare produksjons- og transportinstallasjoner på norsk sokkel. Dette skyldes blant annet take-or-pay (TOP) klausulene i kontraktene; dersom kjøperne av norsk gass(transmisjonsselskapene) ikke klarer å videreselge den, må de likevel betale for (en del av) de kontrakterte volumene.

2.2 Mot et liberalt marked

Etter mange års forhandlinger ble EUs direktiv om tredjepartsadgang (TPA) til bruk av transmisjonsnettene vedtatt og ble operativt i august 2000. Hensikten med dette direktivet er "å etablere felles regler for tilgang til markedet, samt regler for lisensiering av transmisjon, lagring og distribusjon av natur gass". Direktivet innebærer at EU-land over en 10-års periode vil måtte åpne for mer direkte avtaler mellom produsenter og kjøpere. Ideelt skal ordningen føre til at rørselskaper kun opererer som transportører. I dag er denne retten til transport forbeholdt eierne av rørsystemene. Formålet ved direktivet er at produsenter og kjøpere skal kunne gjøre direkte avtaler seg i mellom, og ha rett til å forhandle seg frem til en transportavtale med transmisjonsnettene.

Fra 1986 fram til 2001 ble gassalgsavtaler fremforhandlet av Gassforhandlingsutvalget (GFU), bestående av Statoil, Norsk Hydro og Saga(frem til Norsk Hydro overtok Saga) [Olje og Energidepartementet, 2002]. I og med at Norge er en del av EUs indre marked gjennom EØS-avtalen, vil EUs direktiv om TPA også ha gyldighet på norsk sokkel. Med dette som bakgrunn bestemte regjeringen å avvikle avsetning av norsk gass gjennom GFU permanent fra 2002, noe som medførte at hvert selskap fra og med 2002 selv avsetter sin egen gass.

Det er flere faktorer som vil spille inn for hvor liberalt gassmarkedet vil bli. EUs ulike politiske grep, vekst i etterspørsel og tilbud, utviklingen av et større transportnett og lagerkapasitet er noen av faktorene som vil være med å forme gassmarkedet. Et spotmarked, et marked for kortsiktige kontrakter, vil lettere utvikles jo mer liberalt markedet blir. Hvor stor andel av gassen som forhandles med kortsiktige- eller langsiktige kontrakter er avhengig av markedsforholdene.

3 TEORI,GRUNNLAG FOR MODELL

I dette kapittelet presenteres en del av teorien som ligger til grunn for Thompsons [Thompson, 1995] modell som presenteres i kapittel 4, samt teori som skal benyttes til å tilpasse modellen.

3.1 Geometric Brownian Motion

Geometric Brownian Motion er en matematisk beskrivelse av hvordan en variabel, f.eks. spotpris på gass, utvikler seg over tid. Modellen, ligning 2.1, gir en stokastisk prosess der priser følger en "random walk" [Schwartz & Smith, 2000], og er en av de viktigste forutsetningene for Black-Scholes-Merton (BSM) modellen for å prise opsjoner. GBM har tre viktige forutsetninger:

- Modellen følger en Markov prosess
- Endringer i et gitt tidsintervall er normalfordelt
- Endringene er uavhengige

At modellen følger en Markov prosess vil si at den ikke har hukommelse. Historiske priser har ikke noe å si for hvordan prisen utvikler seg videre, kun den nåværende prisen.

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (3.1)$$

Variabelen dS er endringen i spotprisen i et lite tidsintervall dt , μ er forventet avkastning per tidsenhet og σ er volatiliteten til spotprisen. dz er en Wiener prosess med forventningsverdi 0 og standard avvik 1.

Ettersom endringene for dS/S er normalfordelte, vil den absolutte endringen av prisen, dS , være log-normalfordelt. Dette gir at forventningsverdien for S ved tid t er

$$E\{S(t)\} = S(0) \cdot e^{\mu t} \quad (3.2)$$

Dersom gasspriser følger GBM, og driftleddet μ er større enn null, vil prisen ha en tendens til å bevege seg stadig lengre vekk fra sin opprinnelige verdi, $S(0)$. En

allmenn oppfatning er at råvare priser, som gass og olje, skal være relatert til kostnaden ved å produsere dem [Morten Wattengård Lund,1997]. Dette vil si at over lang tid vil prisen nærme seg den marginale produksjonskostnaden. Dette stemmer dårlig overens med GBM, men ved hjelp av en mean reverting prosess kan dette oppnås. Mean reverting vil diskuteres nærmere i kap 3.4.

3.2 Opsjoner og forwardkontrakter

En opsjon er en rettighet, men ikke en plikt til å kjøp eller selge en vare til en fastsatt pris innen eller på et bestemt tidspunkt i fremtiden. Opsjoner kan være skrevet på f.eks. aksjer, indekser eller råvarer. Kontrakten som skal evalueres senere er en type kontrakt som har egenskaper av både amerikanske opsjoner og stivhengige opsjoner (path-dependent options). I dette avsnittet forklares egenskapene til opsjoner litt nærmere.

3.2.1 Europeisk og amerikanske opsjoner

En Europeisk opsjon er en opsjon som kun kan utøves ved opsjonstidens slutt, mens en Amerikansk opsjon kan utøves når som helst i løpet av opsjonens levetid. Opsjonene kan enten være en kjøpsopsjon (call option) eller en salgsopsjon (put option), og begge typene kan selges eller kjøpes (short eller long). Utbetalingen for Europeiske opsjoner vil være som følger [Hull, 2002]

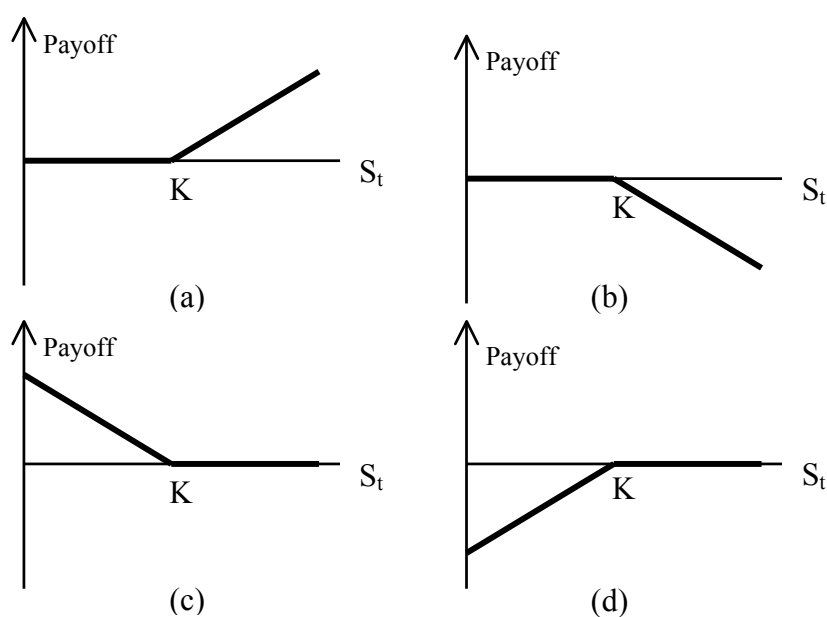


Figure 3-1 Utbetalinger for Europeiske opsjoner: (a) long call, (b) short call, (c) long put, (d) short put

Utbetalingene kan også uttrykkes i form av ligning 3.3-6

$$\text{Long call: } \max(S_T - K, 0) \quad (3.3)$$

$$\text{Short call: } \min(K - S_T, 0) \quad (3.4)$$

$$\text{Long put: } \max(K - S_T, 0) \quad (3.5)$$

$$\text{Short put } \min(S_T - K, 0) \quad (3.6)$$

Hvor K er opsjonens "strike price" eller pålydende og S_T er verdien av underliggende ved opsjonstidens slutt (T).

Europeiske opsjoner vil ha utbetalinger gitt av ligningene 3.3-6, mens amerikanske opsjoner er litt mer kompliserte. Generelt kan det sies at amerikanske opsjoner er minst like verdifulle som tilsvarende Europeiske opsjoner. For å verdsette Europeiske og Amerikanske opsjoner brukes binomiske eller trinomiske trær.

3.2.2 Stiavhengige opsjoner

Stiavhengige opsjoner er opsjoner hvor innløsningsverdien avhenger av historiske priser for den underliggende variabelen, ikke kun den endelige verdien. Eksempler kan være asiatiske opsjoner hvor innløsningsverdien avhenger av den gjennomsnittlige prisen av den underliggende variabelen, eller "look-back" opsjoner hvor innløsningsverdien avhenger av maksimum- eller minimumsverdien den underliggende variabelen har hatt i opsjonens levetid.

For å analysere slike opsjoner brukes en metode som heter Monte Carlo simulering. Monte Carlo simulering innebærer at man simulerer mulige stier den underliggende variabelen kan ta i løpet av opsjonstiden. Hver simulering brukes så til å beregne innløsningsverdien opsjonen ville hatt dersom den simulerte prisutviklingen ville inntruffet. Ved mange simuleringer vil man få en sannsynlighetfordeling for opsjonsverdien.

3.2.3 Opsjoner som både er stivhengige og har flere utøvelsestidspunkt

Kontrakten som skal evalueres i denne oppgaven er både avhengig av stien spotprisen tar, i tillegg til at den gir kjøper flere utøvelsestidspunkt. Som tidligere nevnt egner trær seg best til å prise Europeiske og Amerikanske opsjoner, men denne fremgangsmåten egner seg lite til å prise stivhengige opsjoner. Til stivhengige opsjoner egner som tidligere nevnt Monte Carlo simulering seg best. Derimot vil ikke Monte Carlo simulering ta hensyn til den verdien å videreføre rettigheten opsjonen gir. Dette gjør denne metoden lite anvendbar når verdsettingen av et krav er en avveining mellom opprettholdelse av kravet og utøvelse av opsjonen. Gitt disse metodenes egenskaper, hvordan skal man verdsette krav som både innehar stivhengige egenskaper samt beslutninger om utøvelse av opsjonen ved et gitt tidspunkt eller videreføring av opsjonen? Metoden som presenteres i kapittel 4 er en numerisk metode for å prise nettopp slike krav.

3.2.4 Forwardkontrakt

En forwardkontrakt er en avtale om å kjøpe eller selge en vare på et bestemt tidspunkt i fremtiden for en bestemt pris. Den kan sammenlignes med en spotkontrakt som er en avtale om å kjøpe eller selge en vare i dag. Utbetalingen ved forfallsdato kan uttrykkes ved ligning 3.7-8

$$\text{Long forward:} \quad S_T - K \quad (3.7)$$

$$\text{Short forward:} \quad K - S_T \quad (3.8)$$

S_T er spotprisen ved forfall og K er den prisen som ble avtalt ved tid 0. Forwardprisen for en vare med kontinuerlig "convenience yield", δ , og med en årlig rente, r , gir

$$F_0 = S_0 e^{(r-\delta)T} \quad (3.9)$$

Her er F_0 prisen ved tid 0 for levering av varen ved tidspunkt T .

3.3 Trær

En opsjon eller et annet derivat kan verdsettes ved å konstruere et tre som representerer utviklingen av en markedsvariabel. I fremgangsmåten som ble presentert av Cox, Ross og Rubinstein [Cox, Ross & Rubinstein, 1979], løser man problemet baklengs gjennom treet. Denne fremgangsmåten gjør prising ved hjelp av trær svært effektiv når beslutninger under veis omhandler avveining mellom en kontantstrøm nå, eller opprettholdelse av opsjonen (eks.: amerikansk opsjon). Trestrukturen skal være en tilnærming til en kontinuerlig prisprosess. Den kontinuerlige prisprosessen tilnærmes med antakelsen at prisen i løpet av en kort tidsperiode kun kan få et begrenset antall utfall. Flere utfall per tidsenhet gir en bedre tilnærming til den kontinuerlige prisprosessen, men arbeidet med å evaluere treet blir fort komplisert jo flere utfall som tas med [Høyland, Wallace 2001]. I dette avsnittet presenteres teknikken med to og tre utfall, henholdsvis et binomisk tre og et trinomisk tre.

3.3.1 Binomisk tre

Et binomisk tre har to mulige utfall for hver tidsenhet. Stegstorrelsen og sannsynligheten for hver av de to utfallene kan bestemmes ut i fra følgende ligning:

$$Se^{(r-q)\delta t} = pSu + (1-p)Sd \quad (3.10)$$

Her er S den nåværende spotprisen, mens S^*u og S^*d er den nye spotprisen dersom spotprisen i løpet av tidsperioden δt skulle henholdsvis stige eller synke.

Gasskontraktene som skal evalueres i denne oppgaven har en konstant kontinuerlig "convenience yield", δ , og den stokastiske differensial ligningen for den risiko nøytrale GBM prosessen kan uttrykkes [Clewlow og Strickland, 2000]

$$dS = (r - \delta) S dt + \sigma S dz \quad (3.11)$$

Ved å la dt gå mot null vil tilnærmingen nærme seg en GBM. Dette gir at forventningsverdien til spotprisen er gitt av ligning 3.2. Det kan så utledes at konstantene p , u og d får følgende verdier:

$$u = e^{\sqrt{\delta t}}; \quad d = \frac{1}{u}; \quad p = \frac{e^{(r-\delta)\delta t} - d}{u - d} \quad (3.12-14)$$

Trestrukturen vil få følgende form:

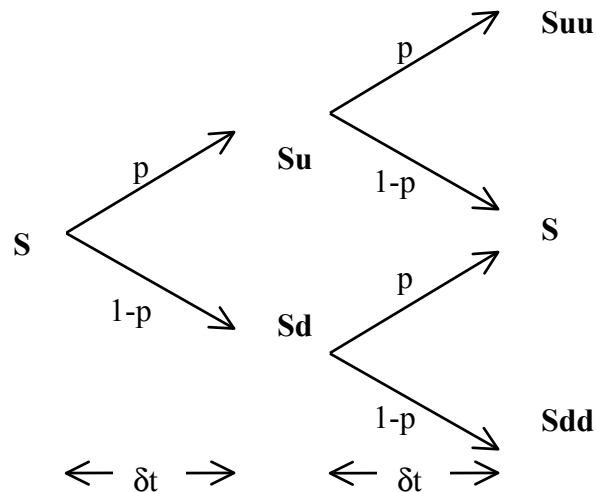


Figure 3-2 Binomisk tre struktur

Ved å benytte mange tidssteg vil dette gi en god tilnærming til den kontinuerlige prisprosessen

3.3.2 Trinomisk tre

Et alternativ til den binomisk presentasjonen av hvordan spotpriser følger GBM, er den trinomiske modellen. Fordi det trinomiske treet har tre mulige utfall for hver tidsenhet, vil det trinomiske treet gi en bedre tilnærming til den kontinuerlige prisprosessen enn det binomiske treet ved bruk av like mange tidsenheter. I tillegg er det trinomiske treet enklere å arbeide med på grunn av sitt regulære struktur og fleksibilitet [Clewlow og Strickland,2000].

Den generelle strukturen til et trinomisk tre vil se ut som på figur 3.3. Ved hver node i treet vil den videre utviklingen gå enten opp (u) med sannsynlighet p_u , ned (d) med sannsynlighet p_d eller forbli uforandret med sannsynlighet p_m . Hull(2002) foreslår følgende verdier for nevnte parametere for en prosess med standard avvik σ , årlig rente r og tidssteg δt .

$$u = e^{\sigma\sqrt{3^*\delta t}} \quad (3.15)$$

$$d = \frac{1}{u} \quad (3.16)$$

$$p_u = \sqrt{\frac{\delta t}{12\sigma^2}} \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) + \frac{1}{6} \quad (3.17)$$

$$p_m = \frac{2}{3} \quad (3.18)$$

$$p_d = -\sqrt{\frac{\delta t}{12\sigma^2}} \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) + \frac{1}{6} \quad (3.19)$$

For en prosess med convenience yield, δ , kan r erstattes med $r - \delta$. Trestrukturen vil få følgende form:

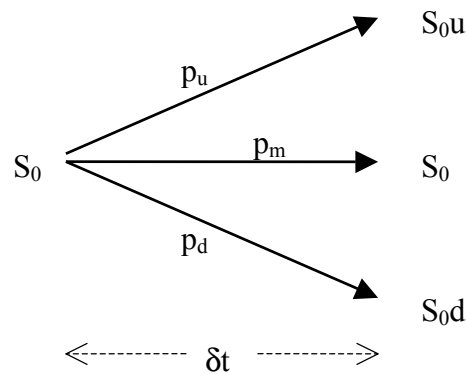


Figure 3-3 Trinomisk tre struktur

3.4 Mean Reversion

Som tidligere beskrevet vil en GBM modell ha en tendens til å bevege seg vekk fra sin opprinnelige verdi, noe det kan stilles spørsmål til om er korrekt når det gjelder råvarepriser. En allmenn oppfatning er at priser for råvarer skal relateres til kostnaden av å produsere dem, og derfor, i det lange løp, skal tilnærme seg marginal produksjonskostnad [Schwartz, 1997]. For å oppnå denne egenskapen ved en prosess kan man benytte en mean reverting prosess. Mean reverting er en egenskap som er godt dokumentert at er en viktig egenskap ved energi spotpriser.

En enkel mean reverting spot prosess kan se ut som Schwartz(1997) modell

$$dS = \alpha (\mu - \ln S) S dt + \sigma S dz \quad (3.20)$$

I denne modellen vil spotprisen "trekkes" mot det langsiktige nivået $\bar{S} = e^\mu$ med en hastighet gitt av raten α , som kun kan være positiv. Denne egenskapen innebærer at dersom spotprisen er over det langsiktige nivået, \bar{S} , vil driften til spotprisen bli negativ og vil "trekkes" mot \bar{S} . Likeledes vil driften bli positiv og trekkes mot \bar{S} dersom spotprisen er lavere enn det langsiktige nivået. Dette vil ikke si at spotprisen uansett vil bli "trukket" mot \bar{S} . Det stokastiske leddet kan ha det motsatte tegnet og ha større verdi enn driftleddet og dermed kan spotprisen fortsette vekk fra \bar{S} [Clewlow og Strickland, 2000].

Ligning 3.20 kan uttrykkes i form av den naturlige logaritmen av spot prisen, $x = \ln S$

$$dx = [\alpha (\mu - x) - \frac{1}{2} \sigma^2] dt + \sigma dz \quad (3.21)$$

I motsetning til GBM vil driftsleddet for denne modellen være avhengig av x . Dette gjør at diskretiseringen kun er gjeldende for et lite tidssteg som går mot null.

En viktig egenskap ved en mean reverting prosess er dens halveringstid. Halveringstiden sier hvor lang tid det tar for prisen å vende halvveis tilbake til langsiktige nivået dersom spotprisen ikke blir påvirket mer av det stokastiske leddet.

Sammenhengen mellom mean reversion raten, α , og halveringstiden er gitt av [Clewlow og Strickland, 2000]

$$t_{1/2} = \ln(2)/\alpha \quad (2.17)$$

For at modellen skal være korrekt må tidsteget velges lite i forhold til halveringstiden.

4 METODE

I dette kapitlet vil Thompsons metode for å verdsette Take-or-Pay kontrakter bli introdusert [Thompson, 1995]. Thompson har benyttet et binomisk tre, som ble gjennomgått i kapittel 3, men han hevdet i sitt paper fra 1995 at også andre trestrukturer vil kunne fungere. Denne oppgaven forsøker å gjøre nettopp dette, ved hjelp av et trinomisk tre (kap. 3.3.2). Modellen er implementert i Excel ved hjelp av Visual Basic, og vedlegg A viser deler av programmet som ble laget.

4.1 Forutsetninger

Take-or-Pay kontrakten som evalueres i denne oppgaven er en ettårig kontrakt med n jevnt fordelte kjøpedatoer. For hver dato er det i kontrakten spesifisert hvor mye gass som kan kjøpes og til hvilken pris. For å forenkle settes den tilgjengelige gassen per kjøpedato til en enhet. Det vil si at kontrakten gir kjøperen rett til å kjøpe totalt n enheter gass i løpet av kontraktsperioden. Det spesielle med en TOP kontrakt er den fleksibilitet kontrakten gir kjøperen. Kontrakten gir kjøper muligheten til å frastå fra å kjøpe gass dersom betingelsene skulle være ugunstige. Hvor mye kjøper kan frastå fra å kjøpe, uten å bli påført en straff, er definert i kontrakten i form av et take-or-pay nivå, $\phi \in [0,1]$. Dette betyr at kjøper totalt i løpet av kontraktsperioden kan selv velge å kjøpe mellom ϕn enheter gass og n enheter gass, uten å måtte kompensere motparten.

Settes $\phi = 0$ vil kontrakten være ekvivalent med en portefølje bestående av n Europeiske kjøpsopsjoner med forfall tilsvarende kjøpedatoene spesifisert i kontrakten. For f.eks. $n=3$ gir dette

$$V_0 = \max(S_1 - K_1, 0)e^{-0,33r} + \max(S_2 - K_2, 0)e^{-0,67r} + \max(S_3 - K_3, 0)e^{-r} \quad (4.1)$$

Hvor V_0 er kontraktsverdien ved tid 0, K og S er henholdsvis strike price og spotpris og r er renten.

Den kontraktsfestede straffen (P) for ikke å møte den årlige kjøpforpliktelsen ($n\phi$) er et bestemt forhold, straffkoeffisienten $z \in [0,1]$, av kjøpeprisen ved kontrakt periodens slutt (C_n) multiplisert med den gjenstående kjøpeforpliktelsen. La ϕ_t^r være den

gjenstående kjøpeforpliktelsen før handledato t ($\phi_t^r = n\phi$), og ϕ_t være kjøpt volum ved tidspunkt t . Straffen (P) ved kontraktsslutt for ikke å ha møtt kjøpeforpliktelsen blir da

$$P = \begin{cases} 0 & \text{,for } \phi_n^r - \phi_n \geq n\phi \\ C_n * z(\phi_n^r - \phi_n) & \text{,for } \phi_n^r - \phi_n < n\phi \end{cases} \quad (4.1)$$

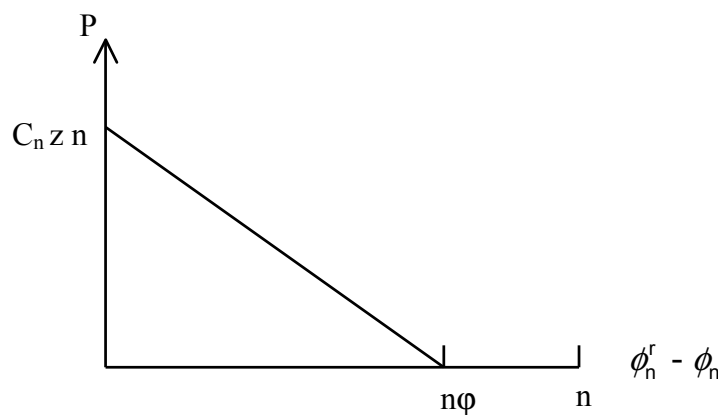


Figure 4-1 Straffefunksjon

For å kunne beregne verdien av kontrakten må følgende antagelser gjøres:

- 1) Rentesatsen (r) er konstant.
- 2) Spotprisen følger en geometric Brownian Motion med momentant standard avvik σ .
- 3) Verdien av å holde en råvaren (δ) er konstant i forhold til spot prisen.
- 4) Kjøpspris per enhet ved kjøpedato t (C_t) er kjent og sikker.

Følgende to egenskaper ved denne modellen forenkler oppgaven med å finne en løsning.

Egenskap 1: Verdien av kontrakten ved tidspunkt t (V_t) er kvasikonkav for den gjenstående kjøpeforpliktelsen ved tidspunkt t (ϕ_t^r). Figur 4.1 viser en kvasikonkav

funksjon. Dette betyr for eksempel at to 50 prosent "take-or-pay" kontrakter er minst like verdifulle som en 30 prosent og en 70 prosent "take-or-pay" kontrakt.

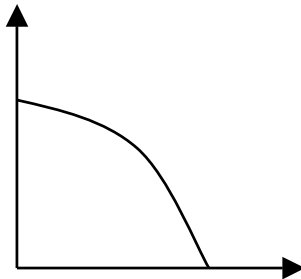


Figure 4-2 Kvasikonkav funksjon

Egenskap 2: Verdien av en kontrakt ved hver kjøpedato $t(V_t)$ er kvasikonkav for volumet kjøpt ved tidspunkt $t(\phi_t)$. Denne egenskapen medfører at kjøpebeslutninger ved hver enkelt kjøpedato ikke kan være optimal for den gitte kjøpedatoen, uten samtidig å være optimal for den samlede utnyttelsen av kontrakten.

Notasjon

For å forenkle uttrykkene i det dynamiske programmet benyttes følgende notasjon:

$$TAKE[X] = \begin{cases} 1, & \text{for } 1 < X \\ X, & \text{for } 0 \leq X \leq 1 \\ 0, & \text{for } X < 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

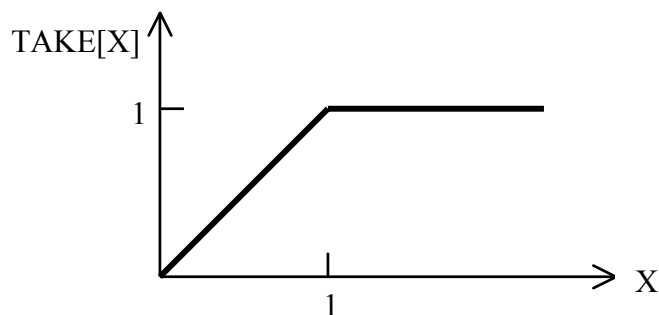


Figure 4-3 TAKE-funksjon

Take-funksjonen muliggjør enkel og presis implementering av kravet om at maksimum kjøp per periode er en enhet.

4.2 Prosedyre og implementering

Prosedyren for å prise en TOP-kontrakt starter med å modellere spotprosessen i form av et binomisk eller trinomisk tre. Antall tidssteg mellom hver kjøpedato kan velges fritt, men generelt vil flere steg bedre kvaliteten på beregningene. Ved å arbeide seg bakover i treet fra $t = n$ til $t = 0$ kommer man frem til følgende løsning:

Tidspunkt n :

Ved tidspunkt n er det tilstrekkelig å vite spotprisen (S_n), og den gjenstående kjøpeforpliktelsen (ϕ_n^r) for å bestemme det optimale kjøpevolumet (ϕ_n).

$$V_n = (S_n - C_n) \phi_n - zC_n \text{MAX}(0, \phi_n^r - \phi_n) \quad (4.3)$$

Første ledd i ligning 4.3 er kontantstrømmen fra det kjøpte volumet, mens ledd nummer to representerer straffen dersom minimumskravet ikke oppnås.

Derivasjon av ligning 4.3 gir førsteordensbetingelsene

$$\frac{\delta V_n}{\delta \phi_n} = \begin{cases} (S_n - C_n) & , \text{for } \phi_n \geq \phi_n^r \\ S_n - (1 - z) C_n & , \text{for } \phi_n < \phi_n^r \end{cases} \quad (4.4)$$

Førsteordensbetingelsene kan uttrykkes grafisk

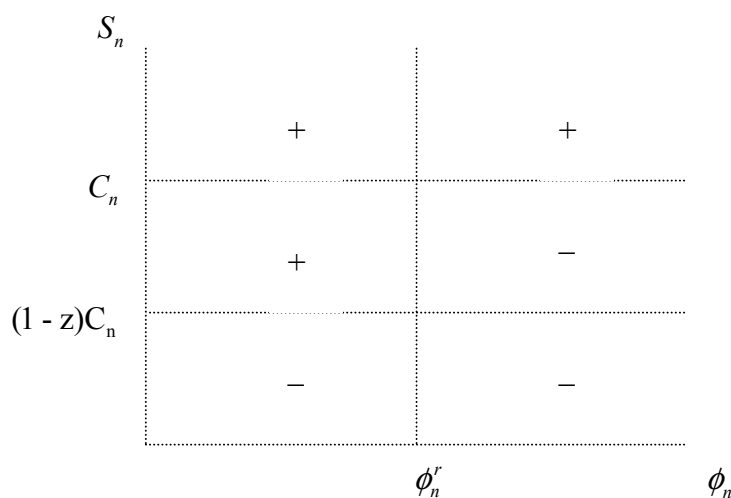


Figure 4-4 Førsteordensbetingelser ved tidspunkt n

Dette gir at dersom spotprisen (S_n) er høyere enn den kontraktfestede prisen (C_n) er det alltid optimalt å kjøpe det maksimale antall enheter gass kontrakten gir rett til. Dersom den kontraktfestede prisen ligger mellom S_n og $(1-z)C_n$, og dersom minimumskravet enda ikke er møtt ($\phi_n^r > 0$), vil det være optimalt å kjøpe så mye som mulig inntil $\phi_n^r = 0$. Dette vil bidra til å redusere straffen for ikke å møte minimumskravet. For spotpriser lavere enn $(1-z)C_n$ vil det optimale kjøpevolumet alltid være 0.

Ved å kombinere Take-funksjonen, som sikrer at maksimums kravet for kjøpt volum overholdes, med ligning 4.3 får vi ligningen for kontraktsverdien ved tid n

$$V_n = \left\{ \begin{array}{ll} (S_n - C_n) - zC_n \text{MAX}[0, \phi_n^r - 1] & , \text{for } S_n \geq C_n \\ (S_n - C_n) \text{TAKE}[\phi_n^r] - zC_n \text{MAX}[0, \phi_n^r - 1] & , \text{for } C_n > S_n \geq (1-z)C_n \\ - zC_n \text{TAKE}[\phi_n^r] - zC_n \text{MAX}[0, \phi_n^r - 1] & , \text{for } (1-z)C_n > S_n \geq 0 \end{array} \right\} \quad (4.5)$$

Ligning 4.5 må løses for samtlige noder i treet ved tidspunkt n, og ettersom C_n og z er kjent vil den generelle formen bli

$$V_n^* = k_1 - k_2 \text{TAKE}[\phi_n^r] - k_3 \text{MAX}[0, \phi_n^r - 1] \quad (4.6)$$

hvor $k_3 \geq k_2 \geq 0$, og $k_1 \geq 0$

eller

$$V_n^* = \left\{ \begin{array}{ll} k_1 - k_3 \text{MAX}[0, \phi_n^r - 1] & , \text{for } S_n \geq C_n \\ k_2 \text{TAKE}[\phi_n^r] - k_3 \text{MAX}[0, \phi_n^r - 1] & , \text{for } C_n > S_n \geq (1 - z)C_n \\ k_2 \text{TAKE}[\phi_n^r] - k_3 \text{MAX}[0, \phi_n^r - 1] & , \text{for } (1 - z)C_n > S_n \geq 0 \end{array} \right\} \quad (4.7)$$

k-verdiene er reelle tall som kan beregnes fortløpende ettersom man beveger seg bakover i treet. Verdiene varierer for hver node i treet og er spesifikke for problemet man behandler. Verdiene bestemmes fra kontraktuelle og spot-pris parametere.

Dersom det er valgt flere tidssteg mellom hver kjøpedato, er det tilstrekkelig å benytte den binomiske metoden på k-verdiene for å regne seg bakover i treet. Dette må gjøres individuelt for k_1 , k_2 og k_3 .

Tidspunkt $n - 1$

Den gjenstående kjøpeforpliktelsen er bestemt av tidligere kjøp, og er konstant mellom tidspunkt $n - 1$ og n . Dette gjør det mulig å uttrykke verdien av kontantstrømmen ved tidspunkt n ved hver node ved tidspunkt $n - 1$

$$V_{n-1,n}^* = k_1 - k_2 \text{TAKE}[\phi_n^r] - k_3 \text{MAX}[0, \phi_n^r - 1] \quad (4.8)$$

hvor $k_3 \geq k_2 \geq 0$, og $k_1 \geq 0$

k verdiene er nå neddiskontert.

Verdien av kontrakten kan nå uttrykkes som funksjon av kjøpevolumet ved tidspunkt $n - 1$, ved å bruke ligning 4.7

$$\phi_n^r = \phi_{n-1}^r - \phi_{n-1} \quad (4.9)$$

$$V_{n,n-1} = k_1 - k_2 \text{TAKE}[\phi_{n-1}^r - \phi_{n-1}] - k_3 \text{MAX}[0, \phi_{n-1}^r - \phi_{n-1} - 1] \quad (4.10)$$

Verdien av kontrakten kan nå uttrykkes som funksjon av kjøpebeslutningen ϕ_{n-1} ved tidspunkt $n - 1$

$$\begin{aligned} V_{n-1} &= (S_{n-1} - C_{n-1})\phi_{n-1} + V_{n-1,n} & (4.11) \\ &= (S_{n-1} - C_{n-1})\phi_{n-1} + k_1 - k_2 \text{TAKE}[\phi_{n-1}^r - \phi_{n-1}] \\ &\quad - k_3 \text{MAX}[0, \phi_{n-1}^r - \phi_{n-1} - 1] \end{aligned}$$

Ved hjelp av derivasjon og førsteordensbetingelser kan fortegnet til netto inntekten for kjøp ved tidspunkt $n-1$ bestemmes

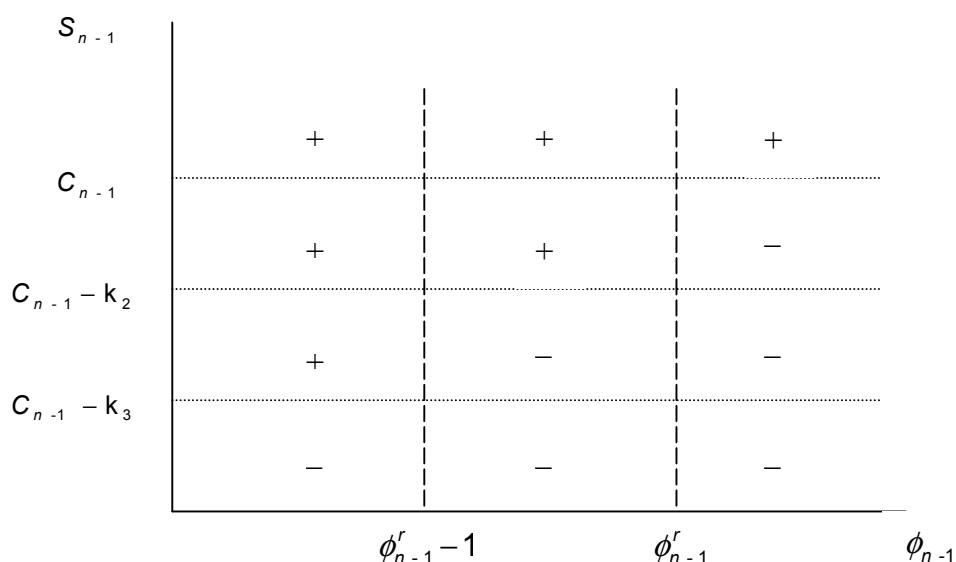


Figure 4-5 Førsteordensbetingelser ved tidspunkt $n-1$

Figur 4.5 viser at det er lagt til en ekstra "volumgrense". Dette skyldes at det nå er to kjøpedatoer, og kjøper er forhindret fra å kjøpe alt den beste perioden. For eksempel, dersom den gjenstående kjøpeforpliktelsen er 1,5, så må minimum 0,5 kjøpes denne perioden for å hindre straff, også dersom det er optimalt å utsette kjøp til siste periode. Grensen for denne nye "volumgrensen" er ϕ_{n-1}^r minus maksimum kjøp per periode (1).

En ekstra kjøpedato fører også til at det innføres en ekstra prisgrense. Figur 4.5 viser at de nye grensene blir beregnet ved hjelp av k-verdiene som opprinnelig ble beregnet ved tidspunkt n og som er neddiskontert til tid n - 1.

Kombineres kjøpbegrensningene og kjøpincentivene ovenfor kan følgende optimale kjøpestrategi utledes

$$\phi_{n-1}^* = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & , \text{for } S_{n-1} \geq C_{n-1} \\ \text{TAKE}[\phi_{n-1}^r] & , \text{for } C_{n-1} > S_{n-1} \geq C_{n-1} - k_2 \\ \text{TAKE}[\phi_{n-1}^r - 1] & , \text{for } C_{n-1} - k_2 > S_{n-1} \geq C_{n-1} - k_3 \\ 0 & , \text{for } C_{n-1} - k_3 > S_{n-1} \geq 0 \end{array} \right\} \quad (4.12)$$

Setter vi den optimale kjøpestrategien inn i objektfunksjonen gir det denne løsningen

$$V_{n-1}^* = k_1 - k_2 \text{TAKE}[\phi_{n-1}^r] - k_3 \text{TAKE}[\phi_{n-1}^r - 1] - k_4 \text{MAX}[0, \phi_{n-1}^r - 1] \quad (4.13)$$

hvor Egenskap 2 og at det gjenstående kjøpekravet er ikke-økende gir $k_4 \geq k_3 \geq k_2 \geq 0$. Det er viktig å presisere at k-verdiene vil endres for hver node i treet ettersom den optimale kjøpestrategien bestemmes.

Ved å fortsette det dynamiske programmet vil det legges til et ledd for hver ekstra kjøpedato, og k-verdiene vil endres underveis. Hvert ekstra ledd reflekterer fleksibiliteten som øker ved å øke antall kjøpedatoer. Å legge til det n-q'te leddet medfører at leddet $\text{TAKE}[\phi_{n-q}^r - q]$ tas med. I tillegg vil Max-leddet bli justert slik at det uttrykker den andelen av det gjenstående kjøpkravet som det ikke er mulig å imøtekomme, om noe. Generelt kan dette uttrykkes

$$V_{n-q}^r = k_1 - k_2 \text{TAKE}[\phi_{n-q}^r] - k_3 \text{TAKE}[\phi_{n-q}^r - 1] - \dots \\ - k_{q+2} \text{TAKE}[\phi_{n-q}^r - q] - k_{q+3} \text{MAX}[0, \phi_{n-q}^r - (q+1)]$$

Ved tidspunkt 0, vil det dynamiske programmet uttrykke ligningen som gir verdien av kontrakten for alle take-or-pay nivåer.

5 ANALYSE AV RESULTATER

I dette kapitlet presenteres resultater og analyse av resultater gitt av Thompsons modell for prising av TOP-kontrakter. Analysen fokuseres på hvordan forandringer på input parametere påvirker resultatene modellen gir, og sammenligner hvordan bruk av henholdsvis et binomisk tre og et trinomisk påvirker kvaliteten på resultatene.

5.1 Generelle betraktninger

En TOP-kontrakt med et take-or-pay (top) nivå på 0%, som vil si at kjøper ikke er forpliktet til å ta i mot noe av kontraktens totale volum, er ekvivalent med en portefølje bestående av Europeiske kjøpsopsjoner med løpetid tilsvarende kontraktens kjøpedatoer. En TOP-kontrakt med et top-nivå på 100%, som vil si at kjøper er forpliktet til å ta i mot kontraktens totale volum, er ekvivalent med en portefølje av forwardkontrakter med løpetid tilsvarende kontraktens kjøpedatoer¹. Generelt vil en TOP-kontrakt med et top-nivå lik $x\%$ være minst like verdifull som en portefølje bestående av $x\%$ forwardkontrakter og $(100-x)\%$ Europeiske kjøpsopsjoner for hver kjøpedato. Dette skyldes at verdien av TOP-kontrakten ved tidspunkt t er kvasikonkav for den gjenstående kjøpeforpliktelsen ved tidspunkt t (kap. 4.1).

La så de kontraktfestede prisene for gass tilsvare forward-prisene for gass (ligning 3.9). Med 12 kjøpedatoer med en måneds mellomrom og initiell spotpris 1,50\$, gir dette følgende forwardpriser ($r=8\%$, $\delta=2\%$ og $\sigma=10\%$)

<i>Kjøpedato</i>	<i>Pris</i>
1	1,5075
2	1,5151
3	1,5227
4	1,5303
5	1,5380
6	1,5457
7	1,5534
8	1,5612
9	1,5690
10	1,5769
11	1,5848
12	1,5928

Figure 5-1 Forward priser

¹ I avsnitt 5.3.2 vises at dette kun stemmer dersom straffkoeffisienten, z , er lik 1.

Dette gir nå at en portefølje med forwardkontrakter har en verdi lik null, og vi kan grafisk presentere verdien av TOP-kontraktens fleksibilitet.

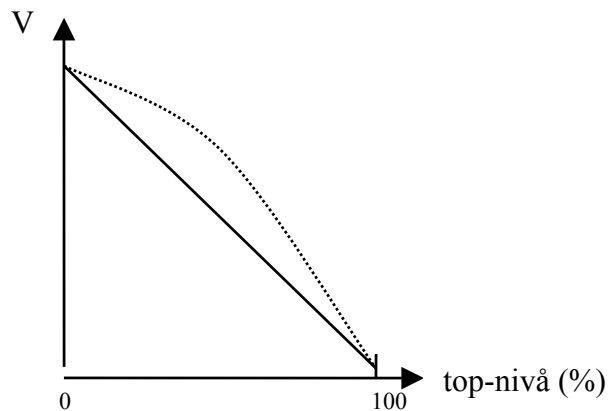


Figure 5-2 Verdien av TOP kontraktens fleksibilitet

Den stiplede linjen representerer verdien av TOP-kontrakten ved forskjellige top-nivåer, mens den heltrukne linjen representerer verdien av en portefølje bestående av $x\%$ forwardkontrakter og $(100-x)\%$ prosent Europeiske kjøpsopsjoner for hver kjøpedato.

5.2 Kontraktbetingelser

Betingelsene som settes for kontraktene er ikke ment å gjenspeile kontraktbetingelser benyttet i reelle gasskontrakter. Parametrene er kun valgt for å demonstrere hvordan endringer i parametere påvirker verdien av kontrakten.

Utgangspunktet for analysen er en kontrakt bestående av 12 kjøpedatoer med en måneds mellomrom. Den første datoen for handel vil være en måned etter kontrakten er inngått. Betingelser og parametere for hovedkontrakten (K_H) vil være som følger

- Spotprosessen:
 - Rente: 8%
 - Convenience Yield: 2%
 - Standard avvik: 10%
 - Initiell spotpris: 1,50\$
- Kontrakten
 - 12 kjøpedatoer med en måneds mellomrom
 - Priser tilsvarer forwardprisene
 - Take-or-Pay nivå: 50%
 - Straff koeffisient(z): 0,1

Med utgangspunkt i denne kontrakten vil endringer i ulike parametere evalueres.

5.3 Analyse

5.3.1 Antall tidssteg mellom kjøpedatoene

Antall tidssteg mellom hver kjøpedato antas å ville ha en stor påvirkning på nøyaktigheten av kontraktsverdien. Flere tidssteg vil gi en bedre approksimasjon av den kontinuerlige prisprosessen, og vil dermed gi en mer nøyaktig verdi på kontrakten. Figur 5.3.1 viser hvordan verdien for K_H utvikler seg etter hvert som flere og flere tidssteg benyttes.

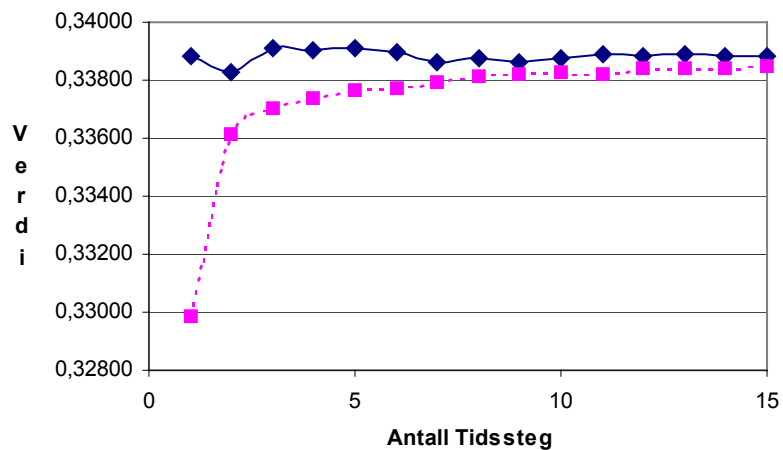


Figure 5-3 Verdien av kontraktene som funksjon av antall tidssteg

Den heltrukne kurven representerer den binomiske modellen, mens den stiplede kurven representerer den trinomiske modellen. Som grafene viser er det sannsynlig at både den trinomiske modellen og den binomiske modellen konvergerer mot samme verdi. Det ville vært naturlig å anta at den trinomiske modellen, som skal være en bedre approksimasjon til den kontinuerlige spotprosessen, konvergerer hurtigere enn den binomiske modellen. Dette antyder imidlertid grafen i figur 5.3.1 at ikke er tilfellet. Grafen viser også at verdien den trinomiske modellen gir jevnt over ligger lavere enn verdien den binomiske modellen gir. Begge modellene antar GBM, og skal i prinsippet gi samme verdi. Det er også mulig at de gir, men da kreves det flere tidssteg enn det som er gjennomført i dette eksempelet. Verdiene ved bruk av 15 tidssteg er

Binomisk: 0,33882\$

Trinomisk: 0,33848\$

Formålet for denne oppgaven er å evaluere hvordan endring i parametere påvirker verdien på en TOP-kontrakt, og derfor anses 15 tidssteg mellom hver kjøpedato som tilstrekkelig nøyaktighet. I og med at figur 5.3 antyder at den binomisk modellen er vel så nøyaktig som den trinomiske modellen, vil den binomiske modellen bli benyttet i de kommende analysene.

5.3.2 Take-or-Pay nivået og straffkoeffisienten, z

I kapittel 4.1 ble TOP-kontraktens kvasikonkave egenskap introdusert. Det ble hevdet at en kontrakt med 50% top-nivå minst like verdifull som gjennomsnittet av f.eks. en kontrakt med 30% top-nivå og en kontrakt med 70% top-nivå.

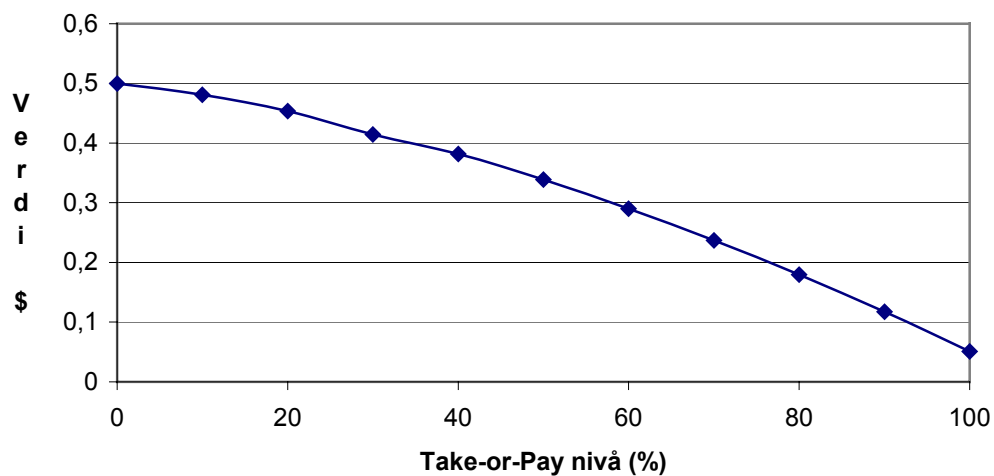


Figure 5-4 Verdien av kontrakten som funksjon av top-nivå

Grafen i figur 5.3.2 viser TOP-kontraktens kvasikonkave egenskaper. Som forventet viser grafen at jo større andel av kontrakten kjøperen er forpliktet til å kjøpe, jo lavere blir verdien av kontrakten.

De kontraktfestede prisene er som tidligere nevnt definert som forwardpriser. Dette skulle bety at ved et take-or-pay nivå på 100%, skulle kontrakten hatt en verdi lik null. Dette viser grafen i figur 5.3.2 at ikke er tilfellet, verdien er større enn null. Det

kommer av at kontrakten har en straffkoeffisient, z . Straffkoeffisienten gjør at straffen for ikke å imøtekomme minstekravet for kjøpt volum (her 100%) er $z(C_n - S_n)$, istedenfor tapet en forward kontrakt ville gitt dersom kontraktpriisen var større enn spotprisen, $(C_n - S_n)$. Dersom straffkoeffisienten settes lik 1, vil verdien av en kontrakt med 100% top-nivå være lik en portefølje med forwardkontrakter med tilsvarende løpetider, 0. Figur 5.3.3 viser verdien av en kontrakt tilsvarende K_H , men med straffkoeffisienten lik 1.

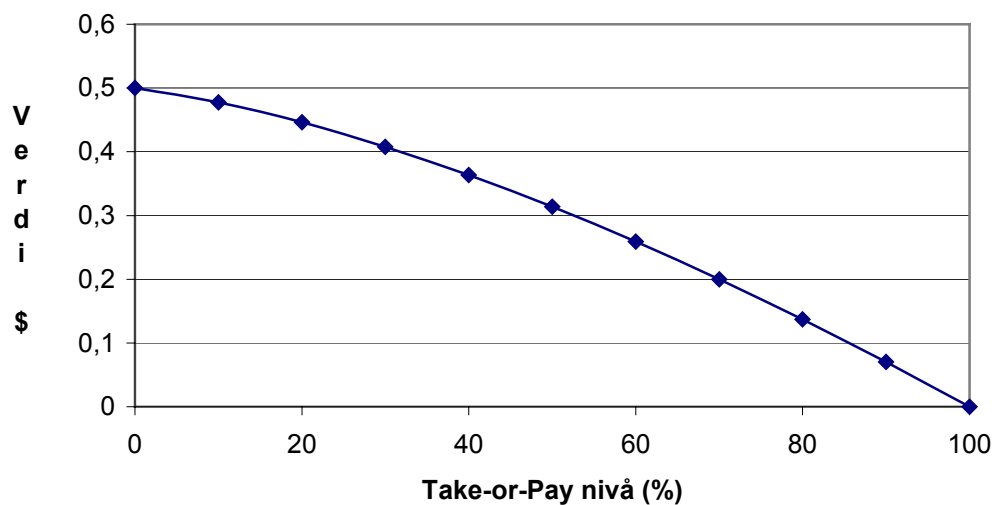


Figure 5-5 Verdien av kontrakten som funksjon av top-nivå ($z=1$)

Verdien av en kontrakt stiger altså med synkende straff koeffisient, noe som var forventet.

5.3.3 Input parametere for spotprosessen

Europeiske og Amerikanske opsjoner stiger i verdi med stigende standard avvik for den underliggende prosessen, og det er dermed nærliggende å anta at også TOP-kontrakten vil stige i verdi dersom standard avviket stiger. Stiger standard avviket fra 10% som for kontrakt K_H til 20% gir det følgende resultat

$$K_H: \quad 0,33882\$$$

$$K_{\sigma = 0,20}: \quad 0,76900\$$$

En dobling av standard avviket gir altså mer enn den doble kontraktsverdien.

Rentenivået eller convenience yield'en vil ikke påvirke verdien av en TOP-kontrakt så lenge de forblir konstante kontraktperioden. Dette skyldes at forwardprisen vil også endres i takt med renten og convenience yield'en og dermed utligne eventuelle forandringer. Derimot hvis kontraktprisene blir fastsatt ved tid 0, og renten i løpet av kontraktperioden forandres, kan dette ha store innvirkninger for kontraktens verdi. Sett at renten stiger med 2 prosentpoeng umiddelbart etter kontraktinngåelse. Da vil kontrakten endre verdi

K_H :	0,33882\$
$K_{r=10\%}$:	0,46649\$

I en reell situasjon kan dette unngås ved at kontraktprisene ikke fastsettes ved tid 0, men derimot avhenger av ulike parametere, f.eks. rentenivået, ved tidspunktene for handel.

5.4 Mean reversion

Oppgaven med å implementere mean reverting egenskaper for spotprosessen i programmet som skulle regne verdien av en TOP-kontrakt, viste seg å bli mer tidkrevende enn først antatt. Derfor ble denne delen sløffet fra dataprogrammet.

Det er likevel mulig å kommentere hvilke påvirkninger en mean reverting spotprosess antagelig ville hatt for resultatet. Som tidligere nevnt har GBM en tendens til å bevege seg langt vekk fra sin opprinnelige verdi (S_0), noe som ikke stemmer godt overens med energipriser. En mean reverting spotprosess sikrer at spotprisen ikke beveger seg for langt bort fra en antatt likevektsverdi.

En mean reverting prosess vil altså eliminere ekstremt høye spotpriser, og ekstremt lave spotpriser. De ekstremt høye verdiene er med på å dra verdien av kontrakten opp, og dersom disse blir moderert ved hjelp av en mean reverting spotprosess vil verdien av kontrakten synke. Et tilsvarende argument er ikke gyldig for ekstremt lave verdier. Synker spotprisen under $(1-z)C_n$ ved tidspunkt n vil kjøper frastå fra å kjøpe gass via kontrakten. Det spiller ingen rolle hvor lavt spotprisen synker, grensen forblir den samme og det samme gjør straffen for ikke å imøtekomme minimumskravet for

kjøpt gass. Dersom denne argumentasjonen stemmer vil verdien av en TOP-kontrakt med en mean reversion spotprosess være lavere enn dersom spotprosessen fulgte GBM

6 KONKLUSJON

Denne prosjektoppgaven har gitt utføreren innsikt i ulike typer derivater som benyttes innen energihandel som helhet, og handel med gass spesielt. Oppgaven har også gitt en interessant introduksjon til gassmarkedet slik det er i dag, og hvilke utfordringer og eventuelle endringer markedet står overfor de kommende årene.

Ved siden av det faglige utbyttet, har oppgaven også gitt viktig erfaring i det å jobbe med prosjektoppgaver av denne størrelsen. Oppgaven var ikke ferdig formulert fra starten av, og mye tid gikk med til å sette seg inn i og vurdere ulike problemstillinger. Oppgaven utviklet seg etter hvert til å være en stor utfordring i form av programmering. Muligens gikk dette litt på bekostning av rent teoretiske problemstillinger. Likevel, erfaringene utøveren sitter igjen med, på godt og vondt, vil være viktig for hvordan hovedoppgaven som følger kommende semester vil bli gjennomført.

7 LITTERATURLISTE

Austvik, Ole Gunnar (2000), Norge som storeksportør av gass, Europaprogrammet, Oslo

Clelow, L. & Strickland C. (2002), Energy Derivatives: Pricing and Risk Management, Lacima Publications, London

Cox, J.C. ; Ross S.A. & Rubinstein M. (1979) "Option Pricing: A Simplified Approach" Journal of Financial Economics, 7

Garli, N. & Sørum, O. (2001), Innføring i Programmering, Visual Basic 5.0/6.0, Sørgar ANS

Hull, John C.(2002), Options, Futures and Other Derivatives, 5. utg, Prentice Hall, Englewood Cliffs, USA

Høyland, Kjetil & Wallace, Stein W (2001), Generating Scenario Trees for Multistage Decision Problems, Management Science, Vol. 47, No.2

Lund, Morten W. (1997), The Value of Flexibility in Offshore Oil Field Development Projects, Dr. avhandling, NTNU, Trondheim

McFedries, P. (1999), VBA for MicroSoft Office 2000 – Unleashed, The Comprehensive Solution, Sams, Indianapolis, USA

Olje- og energidepartementet (2002), Fakta 2002-Norsk Petroleumsvirksomhet, Olje- og energidepartementet, Oslo

Schwartz E. S. (1997), The Stochastic Behaviour of Commodity Prices: Implications for Pricing and Hedging, The Journal of Finance, Vol. 52, No. 3, pp 923-973

Schwartz E. S. & Smith J. E. (2000), Short-Term Variations and Long-Term Dynamics, Management Science, Vol. 46, No. 7

Thompson, A.C. (1995), "Valuation of Path-Dependent Contingent Claims with Multiple Exercise Decisions over Time: The Case of Take-or-Pay", Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 30, No 2

8 VEDLEGG A

Dataprogrammet

Thompsons modell ble implementert i Excel ved hjelp av Visual Basic. Visual Basic er et programmeringsspråk som gjør det mulig å "automatisere" kommander som Excel skal utføre. Visual Basic regnes for å være verdens mest utbredte programmeringsspråk, mye på grunn av sin bruker vennlighet. Denne oppgaven ble gjort med minimal erfaring i programmering, noe som har vært en stor utfordring. I dette vedlegget presenteres programmet som er grunnlaget for oppgaven.

Brukergrensesnitt:

Figur V.1 viser brukergrensesnittet for programmet

The screenshot shows a dialog box titled "Input Values" with a close button (X) in the top right corner. The dialog is organized into two main sections:

- Input Spotprocess:**
 - Interest Rate (%): 5 (dropdown)
 - Convenience Yield (%): 2 (dropdown)
 - Standard Deviation (%): 13 (dropdown)
 - Initial Spotprice (\$): 1,50 (text box)
 - Timesteps per Period: 2 (dropdown)
 - Spot Process: Trinomial, Binomial, Mean Reverting
 - Mean Reversion Rate: 100 (text box)
- Contractual Agreements:**
 - Take-or-Pay Level: 0,5 (text box)
 - Number of Purchasedates (t): 2 (dropdown)
 - Time between P-dates (months): 2 (dropdown)
 - Penalty Payment Coefficient (z): 0,15 (text box)
 - First Purchase Price (t=1): 1,50 (text box)
 - Prevailing Forward Prices:
 - Non-Constant Purchase Price:
 - Insert Purchase Prices (button)

On the right side of the dialog, there are three buttons: OK, Cancel, and Help.

Bruker grensesnittet gir bruker mulighet til å endre alle parametrene som inngår i Thompsons modell.

Beregninger

Programmet starter med å bygge et tre ut fra input parametrene. Spot-treet genereres i et eget regneark. Et lite tre kan se ut som dette:

Inserted Values:					
Initial SpotPrice:		1,50			
Interest Rate:			6,00		
Convenience Yield:			2,00		
Standard Deviation:			13,00		
Time Steps:			4,00		
Calculated Values:					
dt:		0,0833			
up:		1,0382			
down:		0,9632			
p-up:		0,5351			
p-down		0,4649			
		0	1	2	
					1,74
				1,68	
			1,62	1,62	
			1,56	1,56	
	1,50		1,50	1,50	
			1,44	1,44	
			1,39	1,39	
			1,34		
				1,29	

Fremgangsmåten for beregningene av k-verdiene som er individuelle for hver node i hele treet vil ikke bli presentert, da dette vil være både tidkrevende og vanskelig å formidle. Det kan derimot nevnes at en pentium III, 1000MHz , 256Mb RAM datamaskin bruker omlag 4 minutter for å beregne verdien av en 50% TOP kontrakt med 12 kjøpedatoer fordelt jevnt over ett år, ved bruk av et trinomisk tre.