

***Produksjonsplanlegging i
vannkraftanlegg under usikkerhet***

*TIØ 4700
Investering, finans og økonomistyring*

*NTNU 2006
Linn Kristin Hauge*

Forord

Dette prosjektet er skrevet ved NTNU høsten 2006, i forbindelse med fordypningsemnet TIØ 4700 Investering, finans og økonomistyring ved Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse.

Jeg vil rette en takk til Stein Erik Fleten for god veiledning gjennom semesteret. Videre vil jeg takke Gunnar Aronsen ved TrønderEnergi for informasjon om Driva kraftverk og tilgang på data. En takk rettes også til Sjur Westgaard ved Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse for innspill rundt analyse av prismodellen i oppgaven. Til slutt vil jeg takke Bjørn Grinden ved Sintef energiforskning for demonstrasjon av eksisterende metoder innen produksjonsplanlegging i vannkraftanlegg.

Trondheim, 20. desember 2006

Linn Kristin Hauge

Sammendrag

For en vannkraftprodusent i et deregulert marked er hovedutfordringen å finne optimal forvaltning av magasinert vann på bakgrunn av usikkerhet i fremtidig pris og tilsig. Denne oppgaven forsøker å belyse hvordan produksjonsplanleggingsproblemet kan løses i et finansielt perspektiv ved hjelp av stokastisk optimering og modeller for pris- og tilsigsprognoser.

Det norske kraftmarkedet ble deregulert i 1991. Dereguleringen førte til at kraftprodusentene må forholde seg til en volatil strømpris. Ut fra en diskusjon om markedsrett antas kraftprodusenten å være pristaker. Som handelsvare viser strøm spesielle egenskaper. Overføring og lagringsmuligheter er begrensede, så standard arbitrasjehjelping kan ikke benyttes for fremtidige leveranser. I 1993 ble den nordiske kraftbørsen opprettet. Etter hvert er denne børsen blitt relativt likvid.

Det kan argumenteres for at målet i produksjonsplanlegging bør være å planlegge drift og produksjon slik at markedsverdien maksimiseres. Deretter kan det finansielle markedet brukes til å hedge prisrisikoen slik at den minimeres. Med dette som utgangspunkt vil en stokastisk optimeringsmodell med prisbeskrivelse fra tilgjengelig markedsinformasjon være ideell for produksjonsplanlegging. Tilsigsrisikoen forbundet med kraftproduksjon lar seg derimot vanskelig hedge.

I rapporten presenteres modeller for prediksjon av pris og tilsig. Disse brukes som grunnlag for en stokastisk optimeringsmodell for vannkraftproduksjon. Optimeringsmodellen anvendes i en case for Driva kraftverk. Resultatene for optimal forventet produksjon og magasinindisponering viser fornuftige sesongvariasjoner. For å forbedre optimeringsmodellen er det aktuelt å utvide modellene for pris- og tilsigsprognosene.

Innhold

1	Innledning.....	1
2	Kraftmarkedet.....	2
2.1	Spotmarkedet.....	2
2.2	Finansielle markeder	2
2.2.1	Forwards - swaps.....	3
2.2.2	Verdisetting av forwardkontrakter	3
2.2.3	Energiopsjoner og swaptions	4
2.3	Hedging og risikostyring.....	4
2.4	Markedsmakt i et deregulert marked.....	5
2.4.1	Konsekvenser av markedsmakt.....	6
2.4.2	Markedsmakt i Nord Pool	7
3	Strøm som handelsvare	9
3.1	Døgn og sesongvariasjoner	9
3.2	Skjevhet, kurtose og mean reversion.....	10
3.3	Prismodell.....	11
3.3.1	Enfaktor modell basert på log spotpris.....	11
4	Hydrologi	16
4.1	Det hydrologiske systemet	16
4.2	Prediksjon av tilsig	16
4.2.1	Tilsig som en stokastisk prosess.....	17
4.3	Hydrologiske modeller	17
4.3.1	HBV-modellen – en kommersiell modell	18
4.3.2	Modell for estimering av tilsig	18
5	Produksjonsplanlegging	20
5.1	Vannverdi	20
5.1.1	Forutsetninger og usikkerhet.....	20
5.1.2	Matematisk utledning av vannverdien	21
5.2	Reguleringsgrad	21
5.3	Planleggingshierarki.....	21
5.3.1	Langtidsplanlegging	22
5.3.2	Sesongplanlegging	22
5.3.3	Korttidsplanlegging.....	22
5.3.4	Kobling mellom nivå.....	22
5.3.5	Tilgjengelige kommersielle modeller.....	23
5.4	Modell av produksjonssystemet.....	24
5.4.1	Restriksjoner i systemet	24
5.4.2	Deterministisk optimeringsmodell	25
5.4.3	Stokastisk optimeringsmodell	27
5.4.4	Deterministisk ekvivalent.....	28
6	Presentasjon av case	29
6.1	Driva kraftverk	29
6.1.1	Implementering og illustrasjon.....	30
7	Konklusjon	34
8	Videre arbeid	35
9	Referanser.....	36

1 Innledning

Denne oppgaven handler om produksjonsplanlegging i vannkraftanlegg under usikkerhet. Oppgaven er først og fremst et forstudium til en senere diplomoppgave. Målet med oppgaven har derfor vært å sette seg inn i relevante forhold rundt produksjonsplanlegging i vannkraftsystemer, samt å sette seg inn i en eksisterende stokastisk optimeringsmodell for produksjonsplanlegging.

Usikkerheten ved produksjonsplanlegging i vannkraftanlegg ligger hovedsakelig i forventningen om fremtidige priser og tilsig. Det kan argumenteres for at målet bør være å planlegge drift og produksjon slik at markedsverdien maksimiseres. Deretter kan den hedgestrategien som minimerer risikoen finnes. Med dette som utgangspunkt vil en stokastisk optimeringsmodell med prisbeskrivelse fra tilgjengelig markedsinformasjon være ideell for produksjonsplanlegging.

Relevant litteratur som er studert i forbindelse med prosjektet er Davison et al (2004) som skriver om produksjonsplanlegging i konkurranseutsatte markeder. Lucia og Scwartz (2001) studerer det nordiske kraftmarkedet og strømprisenes egenskaper. Hjalmarsson (2000) og Amundsen et al (1998) skriver om markedsrett i det nordiske kraftmarkedet. Fosso og Gjengedal (2006) og Flatabø et al (2002) beskriver produksjonsplanlegging i vannkraftbaserte systemer. Fleten og Wallace (2003) presenterer deterministiske og stokastiske problemformuleringer for produksjonsplanlegging.

Opgaven er bygd opp rundt fem hovedtemaer. I kapittel 2 presenteres kraftmarkedet, og muligheten for hedging av risiko diskuteres. Forutsetningen om kraftprodusenten som en pristaker blir også diskutert. Deretter blir de spesielle egenskapene ved strøm som handelsvare diskutert i kapittel 3, sammen med en prismodell. I kapittel 4 beskrives det hydrologiske systemet, og en modell for estimering av tilsig blir lansert. Kapittel 5 tar først for seg produksjonsplanleggingsproblemet generelt, for deretter å presentere en stokastisk optimeringsmodell for produksjonsplanlegging. I kapittel 6 anvendes optimeringsmodellen på en case, og i kapittel 7 følger konklusjonen.

2 Kraftmarkedet

Kraftmarkedet fungerer som en ramme for produksjonsplanleggingen i vannkraftanlegg. I dette kapitlet vil kraftmarkedet og egenskaper ved kraftmarkedet beskrives.

Produksjonsplanlegging i kraftmarkedet vil bli nærmere diskutert i kapittel 5, men som et utgangspunkt nevnes det at produksjonsplanlegging i et deregulert marked går ut på å maksimere forventede inntekter basert på usikker pris til en akseptabel risiko [Fosso og Gjengedal, 2006].

Frem til og med 1990 var det norske energimarkedet regulert. Kraftproduksjonen var basert på områdevis monopol og krav om dekningsbalanse. Monopolsituasjonen bidrog til et marked med overinvestering i anleggsmidler. Motivasjonen for deregulering av markedet var konkurranseutsettelse av de deler av kraftsystemet som ikke vurderes som naturlige monopol, nærmere bestemt produksjonsenhetene. Dette for å sikre lave kraftpriser som resultat av større kostnadseffektivitet.

I 1993 ble Nord Pool opprettet som et handelssted for det norske elektrisitetsmarkedet. I de senere årene er Nord Pool blitt et internasjonalt marked der Sverige, Danmark og Finland også deltar [Nord Pool, 2006a]. Videre vil spotmarkedet og markedene for derivater på Nord Pool beskrives.

2.1 Spotmarkedet

Spotmarkedet på Nord Pool heter Elspot. Her blir systemprisen satt time for time for det neste døgnet på bakgrunn av aggregert tilbud og etterspørsel. Systemprisen er ment å reflektere marginalkostnaden for kraft, og det handles med fysisk levering. Dette er den ubegrensede prisen i Elspot, det vil si den prisen som råder i markedet om det sees bort fra overføringsbegrensinger. Når systemprisen er satt, blir områdeprisene bestemt slik at kapasitetsbegrensninger på overføringene overholdes. Spotprisen er referanseprisen for de finansielle markedene [Nord Pool, 2006d].

2.2 Finansielle markeder

Markedet for kraftderivater består av det finansielle markedet på Nord Pool og markedet for bilaterale kontrakter. I det bilaterale markedet handles OTC (over the counter) kontrakter.

I det finansielle markedet handles det futures for døgn og uker, og forwards for måned, kvartal og år, opptil 5 år frem i tid. Det handles også Contracts for Difference (CfD), europeiske opsjoner, elektrisitet sertifikater og fysiske forwardkontrakter for EUA's. [Nord Pool, 2006c].

For en vannkraftprodusent kan den informasjonen som ligger i future- og forwardmarkedet om forventet fremtidig prisutvikling være nyttig i driftsplanleggingen [Fosso og Gjengedal, 2006]. Futures har mark-to-market og en tidshorisont på 8-9 uker. Forwards går opp til fem år frem i tid og oppgjøret akkumuleres etter siste leveringsdag. Kontraktene er standardiserte på 1 MW per time og blir gjort opp mot systemprisen i spotmarkedet [Nord Pool, 2006c].

2.2.1 Forwards - swaps

Haug (2005) beskriver verdien på en forwardkontrakt i Nord Pool. Siden verdien på en forwardkontrakt blir satt ut fra forventet gjennomsnittlig spotprisutvikling korrigert for risiko over en periode, og ikke for et bestemt leveringstidspunkt, er forwardkontraktene egentlig swapkontrakter. En swap er en kontrakt der oppgjøret akkumuleres over en periode, i motsetning til en forward der det kun regnes oppgjør ved det bestemte leveringstidspunktet. I følge finansiell teori (for eksempel McDonald, 2003) kan swaps forklares som en strip av forwardkontrakter, og en swap i kraftmarkedet blir da en strip av daglige forwards på elektrisitet. Motsatt kan en forwardkontrakt forklares som en swap med èngangsutbetaling.

2.2.2 Verdisetting av forwardkontrakter

Under forutsetninger om et komplett marked uten arbitrasjemuligheter kan prisen på en forwardkontrakt fastsettes som

$$F_{0,T} = S_0 e^{(r_f - \delta)T}$$

der S_0 er spotprisen, r_f er risikofri rente, δ er utbetalt dividende og T er innløsningsstidspunktet [McDonald, 2003].

Teoretisk sett kan vannkraftprodusenter lagre elektrisitet ved å fylle opp vannmagasinene. Dermed blir verdisettingen av forwardkontraktene delvis arbitrasjeprising. Siden muligheten for lagring likevel er relativt begrenset, vil en rett pricing av forwardkontrakter også involvere

forventninger om fysiske forhold som framtidige temperaturer, nedbør og snøsmelting [Haug, 2005]. Da kan prisen på en forwardkontrakt skrives som

$$F_{0,T} = E_0(S_T) e^{(r_f - \alpha)T}$$

Her er $E_0(S_T)$ forventet spotpris ved t og $r_f - \alpha$ er risikopremien. Swap-prisen kan dermed forklares som en vektet sum av den forventede spotprisen gjennom leveringsperioden, justert for $r_f - \alpha$. Verdisettingen av en swap relativt til andre swaps må gjøres slik at arbitrasjemuligheter unngås. Eksempelvis må en strip av kvartalvis energiswaps ha samme verdi som en årlig swap [Haug, 2005].

2.2.3 Energiopsjoner og swaptions

I det nordiske markedet handles nærmest alle opsjoner på kvartalvise og årlige swaps, ikke direkte på spotpris. Opsjonene på Nord Pool er europeiske opsjoner på energi swaps, også kalt swaptions. De har levering på den underliggende swap på strike pris.

2.3 Hedging og risikostyring

Fosso og Gjengedal (2003) beskriver produksjonsplanleggingsproblemet. I et deregulert marked står kraftprodusenter ovenfor et profittmaksimeringsproblem i motsetning til det tidligere kostnadsminimeringsproblemet. Den enkelte kraftprodusent har dermed en stor økonomisk risiko å ta hensyn til ved driftsplanlegging. Her defineres risiko som potensialet for tap på nedsiden. Grunnlaget for den økonomiske risikoen er i første rekke usikkerhet ved fremtidige spot- og kontraktpriser, og usikkerhet om fremtidig tilsig til egne magasin.

Ved å hedge kraftproduksjonen kan den økonomiske risikoen forbundet med fremtidig usikkerhet reduseres. Ideen bak hedging er at det er mulig å finne en portefølje med finansielle produkter som dupliserer utbetalingsstrukturen til derivatet, uavhengig av prisutviklingen på den underliggende [Black og Scholes, 1973].

I følge grunnleggende finansiell teori [McDonald, 2003] er hedging av kraftprodusenten i prinsippet unødvendig, siden investorer kan hedge selv om de ønsker det. Fleten og Wallace (2003) argumenterer for at det likevel kan være lønnsomt at kraftprodusenten, fremfor individuelle investorer, hedger. Dette på grunn av imperfeksjonismer i markedet, som for eksempel skalaøkonomi. Videre påpeker Fleten og Wallace at hedging for å redusere risikoen i en kraftportefølje ikke vil ha noen innvirkning på markedsverdien for den samme

porteføljen. Derimot påvirker driftsbeslutninger markedsverdien av porteføljen. Derfor vil det være naturlig å først planlegge drift og produksjon slik at markedsverdien maksimeres, for så å finne frem til den hedgestrategien som minimaliserer risikoen til porteføljen.

En perfekt hedgestrategi forutsetter et komplett fungerende forward- og opsjonsmarked. Selv om markedet på Nord Pool ikke nødvendigvis er komplett, for eksempel med tanke på tidsoppløsning av kontrakter, gir det likevel muligheter for hedging av risiko.

Kraftprodusenten kan eksempelvis hedge seg mot fremtidig prisfall ved å gå inn i korte posisjoner i forward og futuremarkedet, og på denne måten redusere usikkerheten for fremtidige priser.

Et større problem i følge Fleten et al (2002) er å hedge seg mot usikkerhet i fremtidig tilsig, siden det ikke finnes noe marked for tilsigsrisiko. I det nordiske systemet er det et stort innslag av vannkraft, og spotprisen avhenger derfor av tilsiget til magasinene i hele området. Lite tilsig fører til høyere spotpriser, og siden knapphet på tilsig til magasiner ofte skjer nasjonalt, ikke bare regionalt, kan dette fungere som en naturlig hedge. Ved lokal tørke og lite tilsig vil innvirkningen på spotprisen være minimal, og den naturlige hedgen vil ikke fungere.

2.4 Markedsmakt i et deregulert marked

Gjennom oppslag i medier hevdes det jevnlig at kraftmarkedet på Nord Pool ikke fungerer til samfunnets beste. Spesielt blir de store kraftprodusentene og magasindisponeringen ofte diskutert. I følge fundamentalteoremet i markedøkonomi vil et perfekt marked allokere tilgjengelige ressurser effektivt blant deltagerne i markedet. Deltagerne i markedet består av produsenter og konsumenter som gjør beslutninger uavhengig av hverandre på grunnlag av egne behov og markedsprisen. Alle gjensidig fordelaktige transaksjoner gjennomføres, og resultatet blir en økonomisk effektiv fordeling av ressurser. Dette gir den samfunnsøkonomisk optimale løsningen. Ressursfordelingen blir den samme som den en sentralplanlegger med fullstendig informasjon ville valgt [Schotter, 2000].

I et perfekt marked vil den bedriftsøkonomiske optimale driften også være den optimale løsningen for samfunnet som helhet. For å oppnå bedriftsøkonomisk optimal drift for energiproduksjon i vannkraftsystemer, må magasindisponeringen være optimal. Dermed blir diskusjonen rundt kraftprodusentens magasindisponering et spørsmål om hvor vidt

kraftmarkedet fungerer. I grunnleggende mikroøkonomisk teori er det fire forutsetninger som karakteriserer et perfekt marked [Schotter, 2000].

- ✍ **Homogene produkt.** Strøm er en homogen vare. Det merkes ikke forskjell på kvaliteten på strømmen om den leveres fra den ene eller andre produsenten.
- ✍ **Fullstendig informasjon.** Dette innebærer at alle deltagere i markedet er fullt ut informert om priser og overskuddsmuligheter. Transparent prising på en kraftbørs gjør at alle har tilgang til den samme informasjonen om prisnivå. Derimot fører hemmeligholdelse av egne produksjonsplaner blant de store produsentene til asymmetrisk informasjon i markedet.
- ✍ **Free entry.** Fri inngang i markedet betyr at det ikke er noen hindringer for å gå inn i markedet. Ved deregulering kan gamle monopoler som eier både distribusjonsnett og produksjonsenheter hindre konkurranse ved at det blir vanskelig for nye selskaper å komme seg inn på markedet. I Norge ble nettdrift og kraftproduksjon delt opp i egne selskaper etter dereguleringen.
- ✍ **Mange tilbydere – mange kunder.** Denne forutsetningen innebærer at det høye antallet kunder og tilbydere gjør at hver og en er så liten alene at den ikke kan utøve markedsrett totalt sett. Herfindahl's indeks angir størrelsen av et selskap i forhold til industrien selskapet opererer i. For eksempel står norske Statkraft for 15 % av den norske kraftproduksjonen, mens svenske Vattenfall står for 30 % av kraftproduksjonen i Sverige.

2.4.1 Konsekvenser av markedsrett

Et marked med få og store produsenter er en imperfeksjonisme som kan føre til markedsrett. Et resultat av markedsrett er monopolistisk prising, der prisen i markedet er høyere enn marginalkostnaden. Dette resulterer i et samfunnsøkonomisk "dødvækt" tap på grunn av overinvesteringer. Denne ekstra kostnaden er det konsumenten som betaler for, i form av høyere priser. Monopolistisk prissetting kan forklares med Cournot-modellen. Den forutsetter at produsentene vet markedets etterspørselskurve, og at hver produsent bestemmer egen produksjon med det mål å maksimalisere overskuddet, ut fra at en korrekt antagelse om hvor mye konkurrentene vil produsere. Ut fra den totale produksjonen i markedet finnes Cournotprisen i Cournot-likevekten [Schotter, 2000].

Hjalmarsson (2000) beskriver konsekvenser av markedsmakt for det finansielle og bilaterale markedet. Ved markedsmakt som gjør det mulig å manipulere spotprisen vil færre aktører i markedet stole på denne prisen som en uavhengig referanse for bilaterale kontrakter, noe som vil føre til høyere transaksjonskostnader. For det finansielle markedet vil usikkerhet i spotprising på grunnlag av strategisk prising også føre til ekstra usikkerhet i de finansielle kontraktene. Dette resulterer i mindre handel i det finansielle markedet, som igjen gir mindre muligheter for hedging og dermed reduseres likviditeten i markedet totalt sett.

2.4.2 Markedsmakt i Nord Pool

Amundsen et al (1998) fokuserer på innvirkningen av økt konkurranse etter åpningen av kraftmarkedet for internasjonal handel. Ved hjelp av en numerisk multinasjonal modell for det nordiske kraftmarkedet der flaskehalser i nettsystemet er inkludert, studeres graden av monopolistisk prising. Cournot-pris og pris ved perfekt konkurranse beregnes ved henholdsvis selvforsyning og ved et åpent kraftmarked med internasjonal handel for Norge, Sverige og Finland. Det observeres at Cournotprisen ligger nærmere prisen ved fri konkurranse i et åpent kraftmarked. På dette grunnlaget konkluderes det med at å åpne kraftmarkedet for konkurranse med andre land kan avhjelpe på en situasjon med innenlands markeds kraft og monopolistisk prising.

Hjalmarsson (2000) gjør en økonometrisk studie av markedsmakt i Nord Pool sitt spotmarked på systemnivå, uten å ta hensyn til flaskehalser. Det anvendes en forlenging av den klassiske, statiske Bresnahan-Lau modellen for å identifisere markeds kraft. Denne modellen vil ikke bli nærmere diskutert her, se eventuelt Bresnahan (1982) og Lau (1982) for beskrivelse.

Hjalmarsson forkaster hypotesen om markedsmakt på både lang og kort sikt. Siden det ble brukt ukentlig aggregerte data i studien kommenteres det at det kan være noe markedsmakt på svært kort sikt, men at denne må være svært liten for ikke å komme til syne i de aggregerte dataene. Siden studien var for det aggregerte systemet, kan ikke regional markeds kraft forkastes. Det at kraftsalg på Nord Pool er valgfritt lanseres som en forklaring på fraværet av markedsmakt. Et valgfritt pool fører til at det finnes aktører med bilaterale kontrakter som er klare for å selge hvis spotprisen blir høy nok. Dermed kan høye bud i spotmarkedet møtes med øket tilbud fremfor høyere priser.

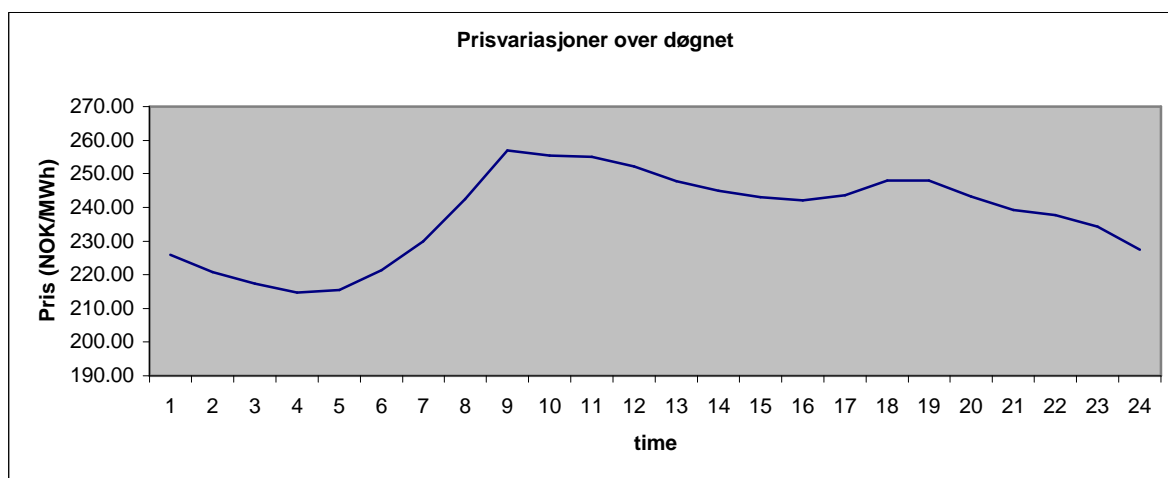
Helt perfekte markeder eksisterer kun i teorien. Med bakgrunn i diskusjonen ovenfor konkluderes det med at dereguleringen og åpningen for internasjonal krafthandel har vært positiv med hensyn til konkurranse i kraftmarkedet. I den videre diskusjonen antas det at det nordiske kraftmarkedet er velfungerende, og dermed at kraftprodusenten er en pristaker.

3 Strøm som handelsvare

Lucia og Schwartz beskriver strøm som en handelsvare. Strøm er en spesiell handelsvare på grunn av de begrensede mulighetene for lagring og overføring. Det er en vare som må produseres og forbrukes momentant. Overføring av strøm begrenses av distribusjonsnettets kapasitet og overføringstap. Dette er faktorer som kan gjøre overføring mellom forskjellige områder umulig eller uøkonomisk. Disse aspektene fører til at arbitrasjemuligheter i tid og rom er bortimot fraværende i elektrisitetsmarkedet. Dermed forventes det at spotprisen blir avhengig av lokale tilbud- og etterspørselsforhold.

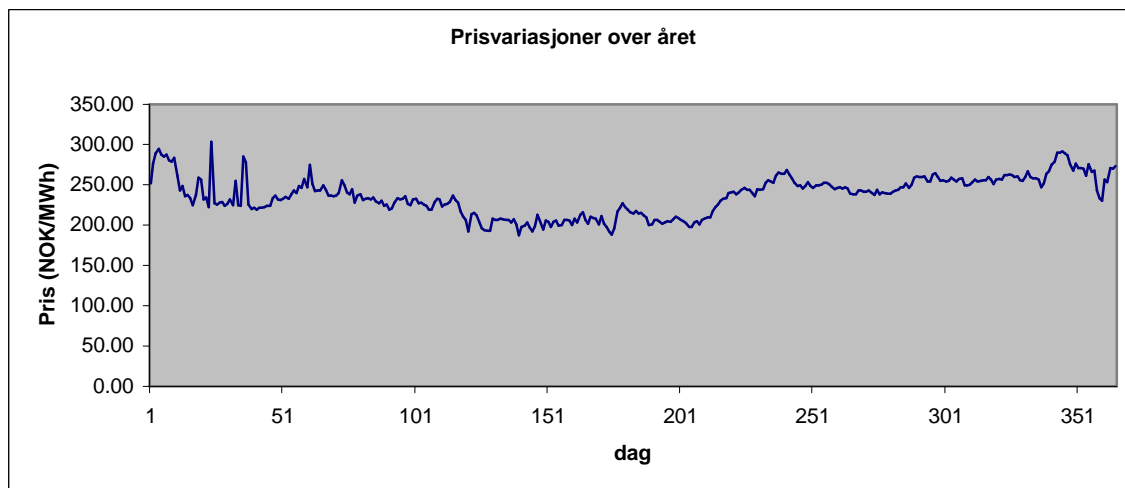
3.1 Døgn og sesongvariasjoner

Siden strøm ikke kan lagres, blir elektrisitet levert til ulik tid og på forskjellige dager vurdert som separate varer. Prisen vil være avhengig av etterspørselen ved det bestemte tidspunkt. Den vil variere etter sesong av grunner som forskjellig oppvarmingsbehov og forskjellig behov for innendørs belysning fra sommer til vinter.



Figur 3.1: Prisvariasjoner for elektrisitet over døgnet.

Figur 3.1 viser prisvariasjoner for elektrisitet i NOK/MWh over døgnet. Kurven er basert på gjennomsnittlig prisdata time for time fra Nord Pool i tidsintervallet 2000 -2006. Den viser typiske toppe om morgnen og kveld, og bunn om natten når etterspørselen etter strøm er lav.



Figur 3.2: Prisvariasjoner for elektrisitet over året.

Figur 3.2 viser prisvariasjoner over året i NOK/MWh, basert på gjennomsnittlig pris døgn for døgn fra Nord Pool i tidsintervallet 2000-2006. Fra grafen fremgår det en sesongvariasjon med lave priser om sommeren, når det er varmt og lyst ute og lav etterspørsel etter kraft. Om vinteren er etterspørselen og prisen høy, på grunn av kulde, mørke og lavere tilsig. Prisen på strøm varierer også etter helg og hverdager, med et lavere forbruk i helgene.

3.2 Skjevhet, kurtose og mean reversion

Skjevhet og kurtose er indikatorer som beskriver hvordan spotprisen oppfører seg i forhold til en normalfordeling. Skjevheten beskriver om fordelingen er symmetrisk rundt dens gjennomsnittsverdi. Normalfordelingen har en skjevhet på 0 siden den er symmetrisk. Spotprisene i Figur 3.2 har en skjevhet på 1,34. Positiv skjevhet i fordelingen gjør at høye ekstremverdier for pris vil være mer sannsynlige enn lave ekstremverdier.

Kurtose forteller hvor lange halene til en fordeling er. Hvis en fordeling har høy kurtose er det større sannsynlighet for å observere veldig høye eller veldig lave utfall enn det som ville skjedd med en normalfordeling med samme varians. Normalfordelingen har en kurtose på 3. Spotprisene i Figur 3.2 har kurtose på 6.18.

En vanlig test for normalitet gjøres er Bera-Jarque testen. Uttrykket for Bera-Jarque testobservatoren er

$$BJ \approx T * \left(\frac{\text{skjevhet}^2}{6} + \frac{\text{kurtose} - 3}{24} \right)$$

Testobservatoren for denne testen er chi-kvadrat fordelt, med 2 frihetsgrader [Brooks, 2002]. Den beregnes til 700.3. Dette er over den kritiske verdien, og nullhypotesen om normalfordelte feilledd forkastes for alle signifikansnivå.

Store sprang i strømprisen kan ofte knyttes til kortsiktige forandringer i utetemperatur [Lucia og Schwartz 2001]. Prisene vil etterpå ofte returnere til prisnivået før spranget. Dette kalles snittdragning.

3.3 Prismodell

Driftoptimaliseringsproblemet går ut på å maksimere forventede inntekter basert på en usikker prisutvikling, til en akseptabel risiko. Akseptabel risiko er knytt til variasjonsområdet for prisutviklingen i markedet. Derfor er det viktig å finne en god modell for prisutvikling [Fosso og Gjengedal, 2006]. En god prismodell bør ta hensyn til de forhold ved strømprisen som tidligere er omtalt i dette kapitlet.

Lucia og Schwartz (2001) diskuterer modeller for beskrivelse av dynamikk i spotpris og verdisetting av derivater på spotpris. Modellene beskriver spotprisens oppførsel ved hjelp av to komponenter. Den første komponenten er en forutsigbar deterministisk funksjon som forklarer trend i spotprisen. Den andre komponenten er stokastisk og følger en bestemt diffusjonsprosess i kontinuerlig tid.

3.3.1 Enfaktor modell basert på log spotpris

Den stokastiske prosessen logaritmen til spotprisen P_t følger, kan uttrykkes som

$$\ln P_t = f(t) + Y_t$$

der $f(t)$ er en deterministisk funksjon av tid og Y_t er en stokastisk prosess gitt av

$$dY_t = -\alpha Y_t dt + \beta dZ$$

der $\alpha > 0$ og $Y(0) = y_0$ og dZ representerer et inkrement til standard Brownian motion Z_t . Y_t følger en stasjonær mean-reverting prosess, en Ornstein-Uhlenbeck prosess der forventningsverdien over lang tid er 0 og snittdragningshastighet er α . I denne modellen er Y_t den eneste kilden til usikkerhet. Spotprisen P_t har en lognormal fordeling, og forventningsverdien blir

$$E(P_T) = \exp(E_0(\ln P_T) + \frac{1}{2} \text{Var}_0(\ln P_T))$$

$$= \exp(f(T) + (\ln P_0 + f(0))e^{\gamma T} + (\frac{\sigma^2}{2}(1 - e^{2\gamma T})) \gamma)$$

Denne forventningsverdien til spotprisen er lik modellert forwardpris.

3.3.1.1 Den deterministiske komponenten

For å implementere den generelle modellen over, må det deterministiske leddet $f(t)$ spesifiseres. Denne funksjonens formål er å fange opp forutsigbarheter i spotprisen. For å innlemme sesongvariasjoner over tid brukes en cosinusfunksjon. Den deterministiske funksjonen blir da

$$f(t) = \gamma \cos((t - \tau) \frac{2\pi}{365})$$

Her er γ og τ parametere som estimeres.

3.3.1.2 Diskretisering av modellen

Spotprisedata er oppgitt i diskret tid. For å estimere den stokastiske prosessen for enfaktorsmodellen på grunnlag av spotpriser, må modellen også uttrykkes på diskret form. Dermed blir modellen slik

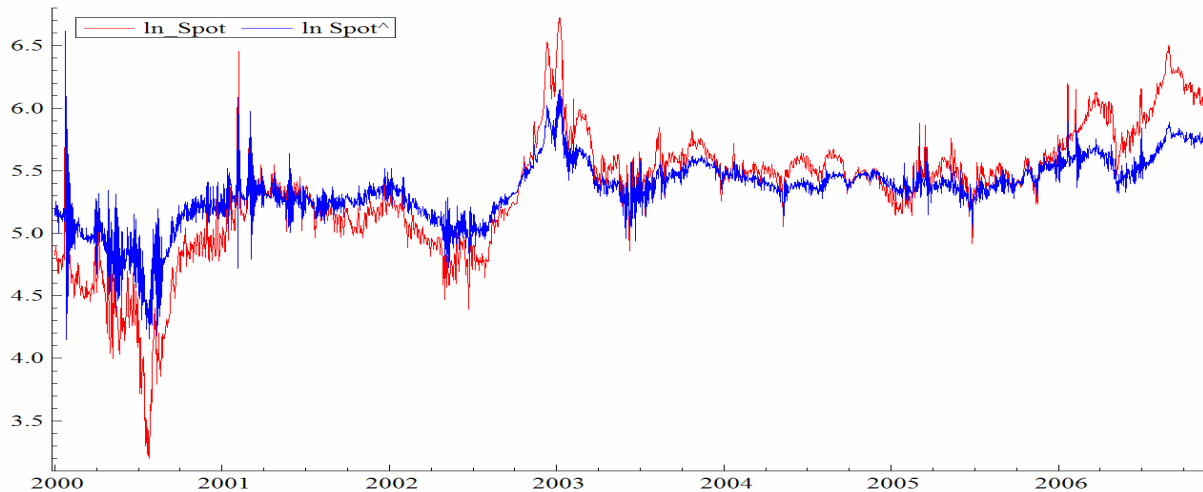
$$\ln P_t = \gamma \cos((t - \tau) \frac{2\pi}{365}) + Y_t$$

$$Y_t = \gamma Y_{t-1} + u_t$$

Her er γ og τ parametrene vi ønsker å finne er [Lucia og Scwartz 2001].

3.3.1.3 Estimering av parametere

Estimering av parametere til prismodellen er gjort i Excel på bakgrunn av daglige spotpriser i Trondheim i perioden 2000-2006. Siden estimeringen av prisparametrene blir en minimering av en ulineær funksjon der blant annet cosinus inngår, kan løsningsrommet ha flere bunnpunkt. Derfor har startverdiene av parametrene innvirkning på løsningsresultatet.



Figur 3.3 Observert ln til spotpris og estimert ln til spotpris.

Figur 3.3 viser den observerte ln til spotprisen mot den estimerte ln til spotpris, basert på spotprisdata for Trondheimområdet fra 2000 til 2006. Grafene viser at de estimerte verdiene ikke klarer å ta inn ekstremverdiene til spotprisen. Her er parametrene μ beregnet til å være 5.35, σ er 0.13, α er 18.3 og til slutt er β lik 0.14.

3.3.1.4 Analyse av avvik

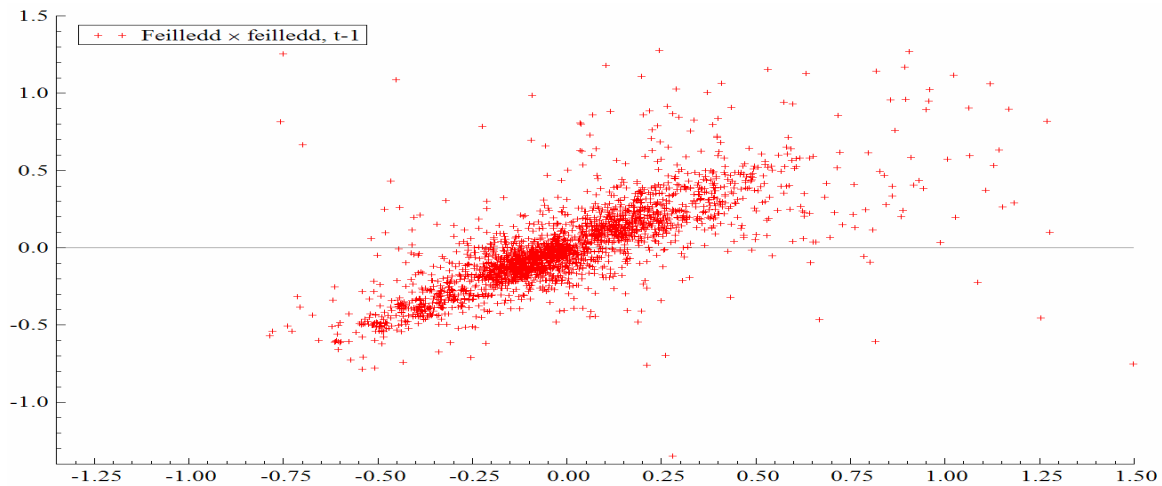
For å sjekke validiteten til spotprismodellen med de beregnede parametrene, gjøres tester for normalitet, autokorrelasjon og heteroskedastisitet for avvikene mellom observert og beregnet ln til spotpris. De statistiske egenskapene til feilleddene angir hvor god modellen er. For en god modell antas forventningsverdi = 0, normalfordeling, ingen autokorrelasjon og ingen heteroskedastisitet i feilleddene. Analysene på feilleddene er gjort i PC-give.

Normalitet

Ved test for normalitet gjøres en Bera-Jarque test som tidligere beskrevet. Testobservatoren beregnes til 202.24. Dette er over den kritiske verdien, og nullhypotesen om normalfordelte feilledd forkastes for alle signifikansnivå.

Autokorrelasjon

Autokorrelasjon kan vises grafisk ved å plote feilledd for tidspunkt t mot feilleddet ved tidspunktet $t-1$. I grafen under observeres det at feilleddene har positiv autokorrelasjon. Dette viser at høye feilleddverdier har en tendens til å bli etterfulgt av høye feilleddverdier, mens lave verdier tenderer mot å bli etterfulgt av lave verdier.

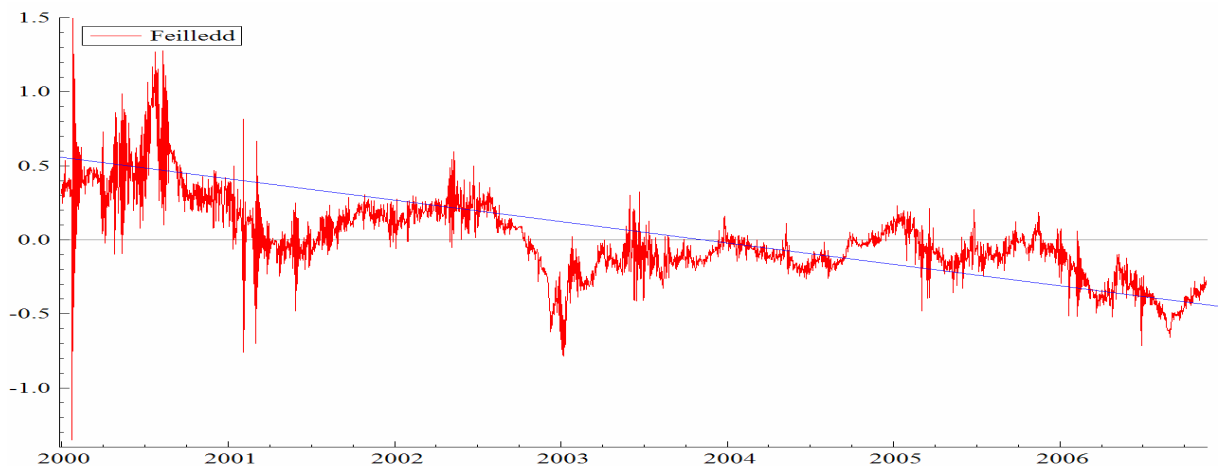


Figur 3.4 Feilledd ved t mot feilledd ved $t-1$.

For å gjøre en formell test på feilleddene for autokorrelasjon benyttes en Durbin-Watson test. Det lages en regresjon der feilleddene settes lik en konstant + støy, $R_t = u + w_t$ for å finne testobservatorene. Durbin-Watson - testen har to kritiske verdier. Ved positiv autokorrelasjon ligger testobservatoren mellom 0 og d_L . Den nedre grensen d_L er i dette tilfellet lik 1.52, funnet i tabell. Den utregnede testobservatoren er 0.577, så det konkluderes med positiv autokorrelasjon. Dette samsvarer med de grafiske observasjonene.

Heteroskedastisitet

Ved heteroskedastisitet er variansen ikke konstant over tid. Den formelle testen for å forkaste heteroskedastisitet kalles White-testen. For å utføre denne trengs en regresjon med en eller flere uavhengige variable. I dette tilfellet er ingen uavhengige variable tilgjengelige, og dermed kan ikke testen utføres. For å se tendensen lages en grafisk fremstilling.



Figur 3.5 Feilledd plottet mot tid.

Fra denne figuren sees det en trend i feilleddene. Det betyr at det bør legges til et trendledd i den deterministiske komponenten $f(t)$ i prismodellen for å korrigere for tidsvarierende varians.

3.3.1.5 Forbedringspotensiale for spotprismodellen

Ved videre arbeid for forbedring av prismodellen kan det legges inn flere lag eller høyere ordens lag for å oppnå en bedre tilpasning. Det er også av interesse å undersøke hva som forårsaker autokorrelasjon nærmere. I denne oppgaven er det brukt en startverdi på Y_{t-1} . Det kan være interessant å beregne modellen for flere forskjellige startverdier, for å se hvilken innvirkning denne verdien har.

4 Hydrologi

Tidligere i oppgaven er usikkerhet i hydrologisk tilsig nevnt som et viktig moment ved produksjonsplanlegging i vannkraftsystemer. I dette avsnittet vil det hydrologiske systemet, prediksjon av tilsig og hydrologiske modeller bli nærmere omtalt.

4.1 Det hydrologiske systemet

Det hydrologiske tilsiget er en funksjon av mange og komplekse prosesser i det hydrologiske kretsløpet, som fordamping, transpirasjon, sublimasjon, infiltrasjon og perkolasjon.

Fordamping inkluderer fordamping av vann fra alle våte flater; sjøer, elver, landoverflater og vann på vegetasjon. Transpirasjon er fordamping på grunn av plantenes pusting gjennom poreåpninger i bladene. Fordamping fra is og snøflater kalles sublimasjon. Et samlebegrep for disse tre prosessene er evapotranspirasjon. Intersepsjon beskriver vegetasjonen sin evne til å fange opp nedbør, som igjen kan fordampe fra vegetasjonen. Et generelt uttrykk for vannsig nedover i jorden er perkolasjon. Alle prosessene påvirker avrenningen for et felt [Dingman, 2002].

De omtalte prosessene kan variere både over tid og i rom, noe som gjør dem vanskelige å måle og forstå i detalj. Derfor er det nyttig å lage en forenklet representasjon av de viktigste prosessene i en systemmodell, som igjen kan grupperes i subsystemer avhengig av nødvendig detaljeringsgrad. Et slikt system kan defineres som en avgrenset struktur eller et volum i rom der vann og andre input blir tilført, prosessert internt og avgitt som output. Sammenhengen mellom input og output er gitt ved matematiske ligninger eller transformasjoner og uttrykkes som funksjoner av tid. Formålet med denne tilnærmingen er å kunne forutsi systemets indre tilstand og output [Killingtveit og Sælthun, 1995]. I denne sammenheng er output i form av tilsig til magasin spesielt interessant.

4.2 Prediksjon av tilsig

Prediksjon av tilsig er viktig for tappeplanleggingen av magasiner. Målet er å forutsi tilsig til magasin for så å finne en optimal disponering av magasininnholdet. Dette er mest verdifullt når magasinivået er høyt, da kan dette bidra til å unngå eller redusere spill av vann. Derfor

vil prediksjon av tilsig ofte bety mest for dårlig regulerte systemer, siden disse magasinene oftere vil befinne seg på et kritisk nivå enn de systemene som er velregulerte.

Tilsigsprediksjoner vil alltid inneholde usikkerhet. Denne usikkerheten er ikke nødvendigvis symmetrisk, en underestimering kan være mer kritisk enn en overestimering av tilsig. Optimal magasindisponering bør derfor ikke avgjøres på grunnlag av det mest sannsynlige utfallet for tilsig, men på grunnlag av hele mulighetsområdet for tilsig.

Prediksjonens "lead time" er en avgjørende faktor. Denne er avhengig av tilgjengelige input data, for eksempel meteorologiske meldinger, og tidsforsinkelsen i det hydrologiske systemet. De meteorologiske meldingene varer fra et par dager og opp til en uke med økende usikkerhet. [Killingtveit og Sælthun, 2005]. I et langtids- planleggingsperspektiv blir denne tidshorisonten for kort.

Forsinkelsen i det hydrologiske systemet er avhengig av strukturen og tilstanden i systemet. For eksempel kan snømagasin gi informasjon om fremtidig tilsig utover ren statistikk. Med kjennskap til snømagasin vil fremtidig tilsig bestå av en kjent del, snøsmeltingen, og en ukjent del, fremtidig nedbør. Dermed vil usikkerhet i vårflomprognosen reduseres gjennom snøakkumuleringsperioden [Fosso og Gjengedal, 2006].

4.2.1 Tilsig som en stokastisk prosess

I Norge finnes det mange målesteder fordelt over hele landet med lange observasjonsserier for vannføringer. Ut fra dette kan det beregnes tilsig fra de fleste nedslagsfelt. Dette gir et godt utgangspunkt for å kunne beskrive tilsig som en stokastisk prosess.

Akkumulerte årstilsig fra tilsigsstatistikker utgjør beregningsgrunlaget for middeltilsiget. I mangel av bedre viten antas det at forventningsverdien for fremtidig tilsig er tilnærmet lik middelveien for tidligere observerte tilsig. I prinsippet gjelder den samme antagelsen for standardavviket i årstilsiget [Fosso og Gjengedal, 2006].

4.3 Hydrologiske modeller

Hydrologiske modeller deles ofte inn i fysiske modeller (skalamodeller og analoge modeller) og abstrakte modeller. De abstrakte modellene er på matematisk form og klassifiseres etter tre

kriterier: Deterministisk eller stokastisk tilfeldighet, konsentrert eller fordelt variasjon i rom, og tidsavhengighet eller uavhengighet.

4.3.1 HBV-modellen – en kommersiell modell

Den mest brukte hydrologiske modellen for prediksjon av tilsig for driftsplanlegging i vannkraft i Skandinavia er HBV-modellen. I Norge har modellen vært i bruk siden 1974. Modellen er en matematisk avrenningsmodell som simulerer avrenning for et område basert på nedbør, lufttemperatur og potensiell fordamping. Den kalkulerer også snøakkumulering, snøsmelting, faktisk fordamping, lagring i fuktig jord og som grunnvatn, og avrenning. HBV-modellen er i stor grad lineær, den er konsentrert og deterministisk. Den må kalibreres før den kan brukes i et gitt område [Killingtveit og Sælthun, 1995].

4.3.2 Modell for estimering av tilsig

For modellering av tilsiget brukes en modell av samme type som modellen for spotpris.

$$\ln Q_t = \mu + \sigma V_t \cos\left(\frac{2\pi t}{365}\right) + r_t$$

$$V_t = \rho V_{t-1} + \epsilon_t$$

Her representerer Q_t tilsig. V_t er en stokastisk prosess med snittdragning. μ er gitt ved $\mu = \ln Q_0 - \sigma \cos(0) + r_0$ og beskriver snittdragningshastigheten. σ er parameter som vi ønsker å finne. Cosinusfunksjonen forventes å reflektere sesongvariasjoner i tilsiget gjennom året. Leddet r_t representerer støy. Forventningsverdien for tilsig kan da finnes som

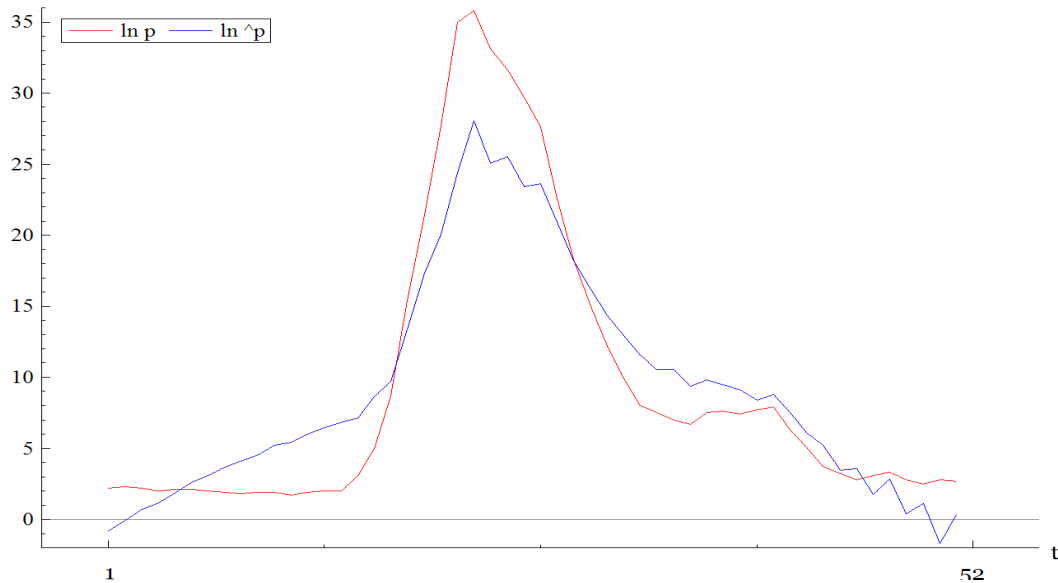
$$E(Q_T) = \exp\left(E_0(\ln Q_T) + \frac{1}{2} \text{Var}_0(\ln Q_T)\right)$$

$$= \exp(g(T) + (\ln Q_0 + g(0))e^{\rho T} + \left(\frac{\sigma^2}{2}(1 - e^{2\rho T})\right))$$

der $g(t)$ er en deterministisk tidsfunksjon.

4.3.2.1 Estimering av parametere

Estimering av parametere til tilsigsmodellen er gjort i Excel på bakgrunn av ukentlig tilsig til Gjevilvatnet i perioden 1930-2003. Siden estimeringen av tilsigparametrene blir en minimering av en ulineær funksjon der blant annet cosinus inngår, kan løsningsrommet ha flere bunnpunkt. Derfor kan startverdiene av parametrene som brukes ha innvirkning på løsningsresultatet.



Figur 4.1 Observerte og estimerte snittverdier for tilsig.

?

Figur 4.1 viser observerte og estimerte snittverdier for tilsig. Det bemerkes at det er vanskelig å finne en parameterisering av modellen som representerer det observerte tilsiget på en god måte. ? er her beregnet til å være -210.05, ? er 226.9, ? er -26.95 og til slutt er ? lik 0. For å oppnå en bedre kurvetilpasning er det aktuelt å legge til flere lag eller høyere ordens lag i tilsigsmodellen.

5 Produksjonsplanlegging

Tidligere i oppgaven er det argumentert for at det nordiske kraftmarkedet er velfungerende, og det antas at kraftprodusenten er en pristaker. Fosso og Gjengedal (2006) beskriver planleggingsproblemet den enkelte produsent står ovenfor som et profittmaksimeringsproblem med økonomisk risiko knyttet til usikkerhet ved fremtidige spot og kontraktpriiser, og usikkerhet om fremtidig tilsig til egne magasin.

5.1 Vannverdi

Ved produksjonsplanlegging er målet å planlegge driften slik at forventningsverdien av fremtidig produksjon maksimaliseres. I vannkraftproduksjon er vannet åpenbart en viktig ressurs. Vann blir ofte vurdert som ”gratis”, men det blir feil i denne sammenhengen, siden vannet har en alternativkostnad. Det kan velges mellom å produsere til de prisene som er i markedet på nå-tidspunktet, eller å lagre vannet i magasiner for å senere produsere til høyere priser. Med en kjent vannverdi kan det fastsettes en strategi for handel på tilfeldigkraftmarkedet. Vannverdien blir derfor et grunnlag for anmelding på kraftbørsen, og et styringssignal for optimal drift [Fosso og Gjengedal, 2006].

5.1.1 Forutsetninger og usikkerhet

Ved beregning av vannverdier må det tas forutsetninger vedrørende fremtidige forhold som forventet situasjon i eget system, kraftmarked og tilsig. Siden fremtiden er usikker, vil forutsetningene også være beheftet med usikkerhet.

Situasjon i eget system inkluderer magasinsituasjonen og produksjonsevnen.

Magasinsituasjonen forutsettes gitt. Produksjonsevnen over tid kan være usikker, men i praksis antas den å være en tidsfunksjon uten usikkerhet i vannverdiberegninger.

Forventninger om kraftmarkedet innebærer forventninger om omverdenens magasinsituasjon og tilsigsforhold, import og eksport muligheter, flaskehals i systemet og omverdenens strategier. Kraftmarkedet representerer store og kompliserte forhold som er vanskelige å modellere [Fosso og Gjengedal, 2006].

Forventninger om tilsig ble diskutert i kapittel 4.2.

5.1.2 Matematisk utledning av vannverdien

For å oppnå en grunnleggende beskrivelse av vannverdien brukes en aggregert modell. Produksjon for førstkomende periode og alle etterfølgende perioder bestemmes slik at verdien av fremtidig produksjon maksimaliseres for planleggingsperioden.

$$V_t = \max_{q_t, m_t} E \left[\frac{w(m_t, q_t)}{1 + r} \right]$$

Her er w_t stokastisk strømpris, w er kraftproduksjon som funksjon av magasinnivå m_t og vannstrøm q_t og r er diskonteringsrenten. For å finne den optimale forvaltningen av vannet, deriveres forventningsverdien med henhold til vannstrømmen q_t . På grunn av flytbalansen må den deriverte av magasinnivået med hensyn på vannstrømmen være lik -1. Dette resulterer i

$$\frac{\partial V_{t+1}}{\partial m_{t+1}} = -1 - \frac{\partial w(m_t, q_t)}{\partial q_t}$$

Dette betyr at en optimal beslutning oppnås når den marginale vannverdien er lik den marginale verdien av kraft i markedet [Flatabø et al, 2002].

5.2 Reguleringsgrad

Reguleringsgraden avgjør hvor langt frem i tid det er nødvendig å starte vannverdiregningene. Den blir angitt som magasininkapasitet i forhold til tilsig og uttrykkes som

$$R = \frac{M_{\max}}{T}$$

Her er M_{\max} maksimalt magasinivolum og T er årlig tilsig. I et system med lav reguleringsgrad som alltid gir flomtap, selv ved tomt restmagasin ved starten av vårflommen, er vannverdien lik 0 over hele magasinet i den tidsperioden vårflommen starter. Dermed blir det unødvendig å planlegge lenger frem enn nærmeste vårflom. For et system med større reguleringsgrad blir planleggingshorisonten lenger [Fosso og Gjengedal, 2006].

5.3 Planleggingshierarki

Ideelt sett skulle driftplanleggingsprosessen vært en stor integrert optimaliseringsprosess som gav ut riktige forslag til løpende driftsbeslutninger. På grunn av kompleksiteten i planleggingsproblemet må driftsplanleggingen deles opp i mindre deler. Dette for å få riktig detaljeringsgrad, og samtidig kunne begrense modellene slik at de ikke blir for store.

Når det gjelder tidshorisont er det vanlig å dele driftsplanleggingsprosessen opp i tre nivå: Langtidsplanlegging, sesongplanlegging og korttidsplanlegging. Tidshorisont og informasjonsflyt mellom nivåene varierer fra kraftverk til kraftverk ut i fra forhold som for eksempel reguleringsgrad og tilsigsvariasjoner.

5.3.1 Langtidsplanlegging

Formålet med langtidsplanleggingen er å sikre en fornuftig ressursdisponering over tid, med en typisk tidshorisont på 1-5 år. Stokastiske modeller for simulering og optimalisering benyttes. Langtidsplanleggingen baserer seg på meteorologisk statistikk og prognoser over forhold som kraftteterspørsel, kraftmarkeder, vårflo, revisjonsarbeid, idriftssettelse av nyanlegg og lignende. Siden det også blir nødvendig å ta hensyn til usikkerhet, brukes aggregerte beskrivelser av systemet, og man går dermed glipp av det detaljerte bildet.

5.3.2 Sesongplanlegging

Sesongplanleggingen strekker seg typisk over 3 til 18 måneder, og er et mellomnivå som kunne vært unngått gitt en mer detaljert langtidsplanlegging. Sesongplanleggingen kobler seg mot resultatet fra langtidsmodellen på et egnet tidspunkt, for eksempel på våren før snøsmeltingen er begynt, eller på høsten i det nedbøren begynner å komme som snø. Det benyttes stokastiske eller multiscenario deterministiske optimeringsmodeller. Poenget er å gjennomføre mer detaljerte analyser for perioden ved å bruke en bedre fysisk beskrivelse av systemet. Dermed kan konsekvenser av disponeringene utregnes mer nøyaktig.

5.3.3 Korttidsplanlegging

Korttidsplanleggingen har typisk en tidshorisont på 1-2 uker. På dette planleggingsstadiet blir det benyttet deterministiske optimeringsmodeller der tilsig og pris antas å være kjent. Det kjøres scenarioanalyser for å finne utfallsrom. Målet er å få en detaljert disponering av tilgjengelige ressurser, og optimeringen skal ende i praktiske kjøreplaner. For å verifisere korttidsplanleggingen blir det kjørt en detaljert simulering, gjerne for opp mot rundt 12 uker.

5.3.4 Kobling mellom nivå

Ved kobling mellom et nivå og det overliggende er det viktig at magasininnholdet behandles konsistent. Dette kan gjøres på forskjellige prinsipielle måter. Priskobling innebærer at ressurser flyttes fra en periode til en annen hvis den får større verdi i den andre perioden. Ved volumkobling kobles nivåene gjennom et fastsatt magasininnhold på et gitt tidspunkt. Ved bruk

av straffefunksjoner tillates avvik fra et siktemagasin, men avviket straffes med en kostnad. En fjerde koblingsmetode kalles gyldig område, der det blir definert et akseptabelt område som løsningsrom [Fosso og Gjengedal, 2006].

5.3.5 Tilgjengelige kommersielle modeller

EMPS - modellen fra SINTEF Energiforskning blir brukt til analyser på totalsystemet. Modellen gir prognoser for fremtidig markedspris og systemanalyser for andre formål. Kraftmarkedet er internalisert i modellen, og kraftproduksjon, forbruk og handel simuleres i en markedsklaringsprosess.

For lokale analyser benyttes EOPS – modellen som også er utviklet av SINTEF Energiforskning. I denne modellen er markedet gitt eksternt som en prisprognose, og markedsprisen blir behandlet som en stokastisk variabel. Her finnes en optimal kjøreplan basert på usikkerhet i fremtidig tilsig og markedspriser. Modellen beregner vannverdier, supplert med egne antagelser for å bestemme magasindisponering og kjøreplan.

Både EMPS - og EOPS - modellen brukes for både langtidsplanlegging og sesongplanlegging. De store aktørene i markedet kan bruke EMPS - modellen for global analyse ved driftsplanlegging. For de mindre aktørene i markedet er EOPS - modellen mer aktuell [Flatabø et al, 2002].

5.4 Modell av produksjonssystemet

Kraftproduksjonen kan optimeres i en modell. I dette avsnittet presenteres først en deterministisk optimeringsmodell der kraftpriser og tilsig forutsettes kjent for alle perioder. Deretter omformuleres den deterministiske modellen til en stokastisk optimeringsmodell for å inkludere usikkerhet i fremtidige kraftpriser og tilsig, og dermed gjøre modellen mer realistisk. Til slutt presenteres den deterministiske ekvivalenten til det stokastiske problemet. De presenterte modellene er formulert på bakgrunn av Winnem (2006) og Pedersen (2006).

5.4.1 Restriksjoner i systemet

Av tekniske, miljømessige og fysiske årsaker oppstår det en rekke restriksjoner i vannkraftsystemet. Noen av de viktigste vil bli nevnt her.

- ✍ **Magasinnivå.** Alle vannmagasiner har en øvre og nedre grense for vannstand. Restriksjonen på magasinnivå kan variere over året, men antas her å være konstant.
- ✍ **Vannføring.** Begrensinger på vannføring kan også variere over tid, og det vil i de fleste tilfeller være en øvre og nedre for tapping fra magasin.
- ✍ **Vannbalanse.** Alt vann som kommer inn i magasinet må enten lagres eller strøkke videre.
- ✍ **Rampingrestriksjoner.** Ramping angir endring i produksjonshastighet, og det vil som regel være en begrensing på hvor raskt produksjonshastigheten kan endres. Det antas at innvirkningen av rampingrestriksjonen er liten, da produksjonsplanleggingsproblemet har en relativt mye lenger tidsoppløsning enn tiden det tar å endre produksjonshastigheten fra minimum til maksimum. Derfor sees det bort fra denne restriksjonen her.
- ✍ **Begrenset overføringskapasitet.** I praksis er det overføringsbegrensinger for kraftoverføring innenfor og mellom delområder, og det oppstår områdepriser. Her antas ubegrenset overføringskapasitet. Det fører til at områdeprisen er lik systemprisen.
- ✍ **Kostnader.** Her antas det at kostnadene er så små at de ikke påvirker driftsbeslutningene. Kostnadene er derfor utelatt fra den matematiske formuleringen av problemet. I denne sammenhengen betyr kostnadsbegrepet kostnader som medfører utbetalinger, og ikke alternativkostnaden til vannet.

5.4.2 Deterministisk optimeringsmodell

Når kraftpriser og tilsig er kjent for alle perioder i planleggingsperioden, blir produksjonsplanleggingsproblemet et deterministisk optimeringsproblem. Her presenteres et matematisk program for å gjøre en deterministisk optimering.

Mengder

\mathbf{P} sett av planleggingsperioder. $\mathbf{P} = \{0, 1, \dots, T\}$.

Indeks

t indeks for periode

Data

π_t elektrisitetspris i periode t

τ_t tilsig i periode t

M_{\max} øvre grense for magasinnivå

M_{\min} nedre grense for magasinnivå

M_0 initiert magasinnivå

M_{T+1} slutt magasin

Q_{\max} maksimal vannføring

R rente

Variable

V_0 nåverdi av produksjon

m_t initiert magasin i periode t

l_t flomtap i periode t

p_t produsert energi i periode t

q_t vannføring i periode t

Målfunksjon

$$(1) \quad V_0 = \max_{q_t, m_t, l_t} \sum_{t=0}^T \frac{\pi_t}{(1+r)^t} p_t$$

Begrensinger

$$(2) \quad p_t = w(m_t, q_t) \quad \forall t \in \mathbf{P}$$

$$(3) \quad m_{t+1} = m_t + q_t - l_t \quad \forall t \in P$$

$$(4) \quad m_0 = M_0$$

$$(5) \quad m_{T+1} = M_{T+1}$$

$$(6) \quad M_{\min} \leq m_t \leq M_{\max} \quad \forall t \in P$$

$$(7) \quad q_t \leq Q_{\max} \quad \forall t \in P$$

$$(8) \quad q_t, l_t \geq 0 \quad \forall t \in P$$

Målfunksjonen er summen av diskonterte inntekter for hver periode. Ligning (2) gir kraftproduksjonen som funksjon av vannstrømvolumet og magasinnivået i starten av perioden. Ligning (3) er vannbalansen, som fastslår at mengden lagret vann overført fra en periode til den neste må tilsvare det opprinnelige magasinnivå for forrige periode pluss netto tilsig i forrige periode. Ligning (4) og ligning (5) gir restriksjoner på henholdsvis startmagasin og sluttmagasin. Øvre og nedre grense for magasinnivå finnes i ligning (6). Ligning (7) gir maksimal vannføring og ligning (8) stiller krav om ikke-negativitet for vannføring og flomtap.

5.4.3 Stokastisk optimeringsmodell

Ved å la pris og tilsig være stokastiske variable, tar optimeringsformuleringen høyde for usikkerhet i disse variablene. Her er V_{T+1} forventningsverdien av sluttmagasinet.

Målfunksjon

$$(9) \quad V_{t,i} = \max_{q_t, m_t, l_t} E \left[\frac{V_{T+1}}{1+r} + p_t \right] \quad \forall t \in P$$

Begrensinger

$$(10) \quad p_t = w(m_t, q_t) \quad \forall t \in P$$

$$(11) \quad m_{t+1} = m_t + q_t - l_t \quad \forall t \in P$$

$$(12) \quad V_{T+1} = f(V_T, V_T, m_{T+1})$$

$$(13) \quad m_0 = M_0$$

$$(14) \quad M_{\min} \leq m_t \leq M_{\max} \quad \forall t \in P$$

$$(15) \quad q_t \leq Q_{\max} \quad \forall t \in P$$

$$(16) \quad q_t, l_t \geq 0 \quad \forall t \in P$$

De fleste restriksjonene her tilsvarer restriksjonene i den deterministiske optimeringsmodellen, bortsett fra (12), som i denne sammenhengen gir verdien av sluttmagasinet i stedet for volumrestriksjonen i det deterministiske programmet.

5.4.4 Deterministisk ekvivalent

Dersom den stokastiske modellen kan beskrives ved et endelig antall tilstander, kan det stokastiske programmet tilnærmet formuleres som et deterministisk problem, som blir kalt den deterministiske ekvivalenten.

Her er

n – indeks for node

S_t – settet med noder i periode t

$\pi(t, n, k)$ – indeksen til forgjengeren til node (t, n) i periode $t-k$

$P_{t,n}$ – ubetinget sannsynlighet for tilstanden i node (t, n)

Objektfunksjon

$$(17) \quad V_0 = \max_{q_{t,n}, m_{t,n}, l_{t,n}} \sum_{n \in S_t} P_{t,n} \frac{V_{t,n}}{1+r} \quad \forall t \in P, n \in S_t$$

Begrensinger

$$(18) \quad p_{t,n} = w(m_{t,n}, q_{t,n}) \quad \forall t \in P, n \in S_t$$

$$(19) \quad m_{t^?l,n} = m_{t, \pi(t,n,l)} + q_{t,n} - l_{t,n} \quad \forall t \in P, n \in S_t$$

$$(20) \quad m_{0,l} = M_{0,l}$$

$$(21) \quad m_{T^?l,n} = M_{T^?l,n} \quad n \in S_T$$

$$(22) \quad M_{\min,n} \leq m_{t,n} \leq M_{\max,n} \quad \forall t \in P, n \in S_t$$

$$(23) \quad q_{t,n} \leq Q_{\max} \quad \forall t \in P, n \in S_t$$

$$(24) \quad q_{t,n}, l_{t,n} \geq 0 \quad \forall t \in P, n \in S_t$$

Målfunksjonen er en sum av de forventede neddiskonterte inntektene fra hver periode. I restriksjon (19) er magasinet i hver node (t, n) betinget på magasinet i forgjengernoden $\pi(t, n, l)$. Ellers er restriksjonene de samme som i den deterministiske modellen. Denne modellen er implementert i programmene Mosel Xpress, Matlab og Scenred av Pedersen (2005).

6 Presentasjon av case

For å demonstrere praktisk bruk av den presenterte modellen for langtidsplanlegging med tilhørende programvare, anvendes den på en case. Det er ønskelig at kraftverket i den valgte casen imøtekommer bestemte spesifikasjoner.

Kraftverket som modelleres bør ha en viss størrelse. Her er det satt et minste krav til produksjonsmengde på 100 GWh per år. Dette kan begrunnes med at mindre kraftverk gjerne også har mindre ressurser til driftsplanlegging, noe som kan føre til mer tilfeldige disponeringer.

Videre bør det valgte kraftverket ha en vesentlig magasineringskapasitet og dermed en høy reguleringsgrad. Dette begrunnes med et ønske om å studere produksjon og magasindisponering over en lenger tidshorison. I vassdrag med lav reguleringsgrad oppstår det oftere flom, og planleggingsperioden varer dermed ikke lenger enn frem til neste flom. I vassdrag der det ikke finnes magasiner, blir planleggingsbehovet redusert til å ta høyde for vedlikehold og lignende. I en normalsituasjon for et vassdrag uten magasinkapasitet vil det optimale være å kjøre kraftverket så mye som mulig.

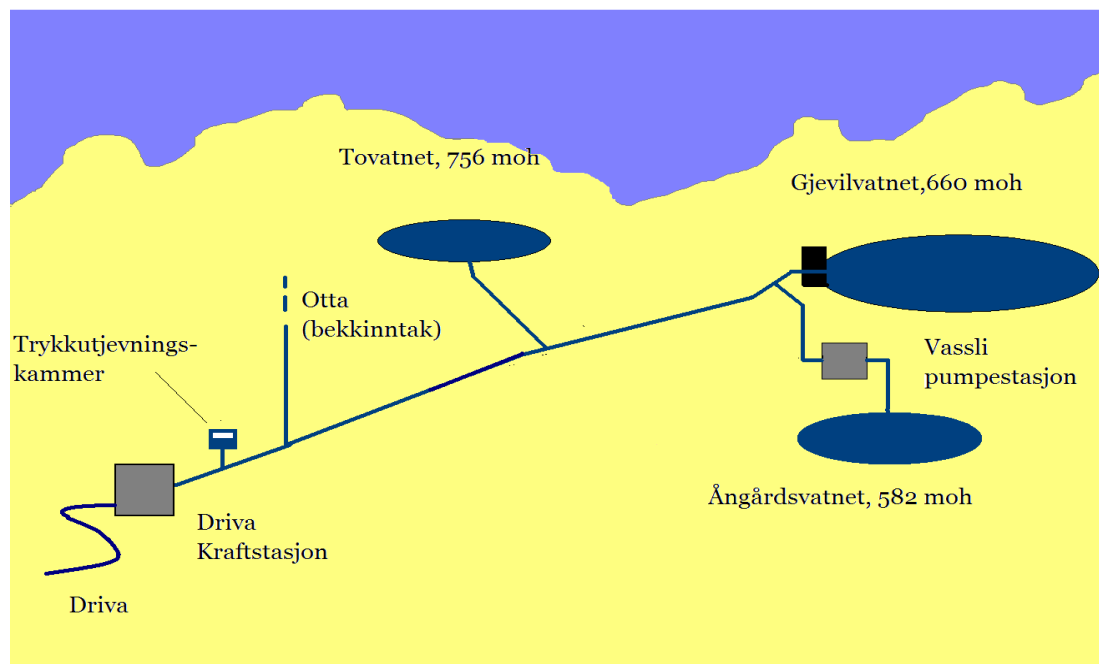
For å forenkle programmeringen, velges det å arbeide med kraftverk med en enkel topologi. Det velges også å fokusere på kraftverk der kun én operatør tar alle driftsbeslutningene. Det er ikke ønskelig med vannmessige koblinger mot andre kraftverksgrupper som er slik at de påvirker driften. Ved å utelukke vassdrag der det har skjedd store endringer siden 2001 sikres et minimum av historiske data.

Siling etter disse kriteriene resulterer i en liste over aktuelle kraftverk (Se vedlegg 1). Av disse kraftverkene velges Driva kraftverk, på grunn av datatilgang fra dette kraftverket.

6.1 Driva kraftverk

Driva kraftverk har vært i drift siden 1973 og ligger i elva Driva. Dette er det største kraftverket TrønderEnergi har driftsansvar for. Kraftverket eies av Trønderenergi og AS Møre og Romsdal Energiverk med en eierandel på henholdsvis 75 % og 25 %. Den midlere netto

årsproduksjonen er 550 GWh.



Figur 6.1 Driva kraftverk

Figur 6.1 viser topologien til Driva kraftverk. Gjevilvatnet er hovedmagasin for kraftverket, og magasinet er på 280 mill. m³. Fra Gjevilvatnet fører en 20 km lang tilløpstunnel frem til kraftstasjonen. Tilløpstunnelen fanger opp vann fra andre bekker og elver, deriblant avløpet fra Tovatna og Ottaelven nedbørsfelt. Avløp fra Ångårdsvatn-Dalsvatn blir også pumpet inn på tunnelen fra Vassli pumpestasjon [Aronsen, 2006]. For tekniske data for Driva kraftverk og Gjevilvatn reguleringsmagasin, se vedlegg 2.

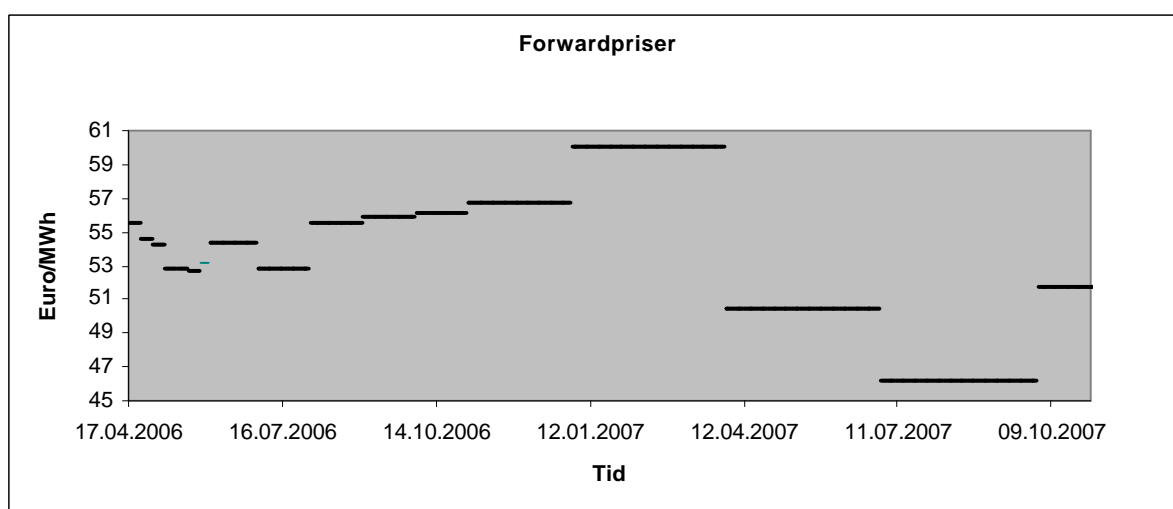
6.1.1 Implementering og illustrasjon

Ved å gjennomføre modelleringen av Driva kraftverk tilstrebes det å illustrere optimal magasindisponering og produksjon i forhold til prisene i future og forwardmarkedet. Prisstatisikk finnes i vedlegg 2.

Driva kraftverk implementeres som en enmagasinsmodell. Tilsiget til Driva og pumpingen fra Ångårdsvatnet slås sammen til et magasin, fordi pumpingen fra Ångårdsvatn er mer styrt av ytre omgivelser med krav til vannstand og lignende, enn økonomi. Tilsiget fra Tovatnet utelates fra optimeringen, fordi det er et terskelmagasin. Det betyr at tilsiget fra Tovatnet i liten grad er mulig å regulere, når det tappes så tappes det til det er tomt. Tovatnet tømmes

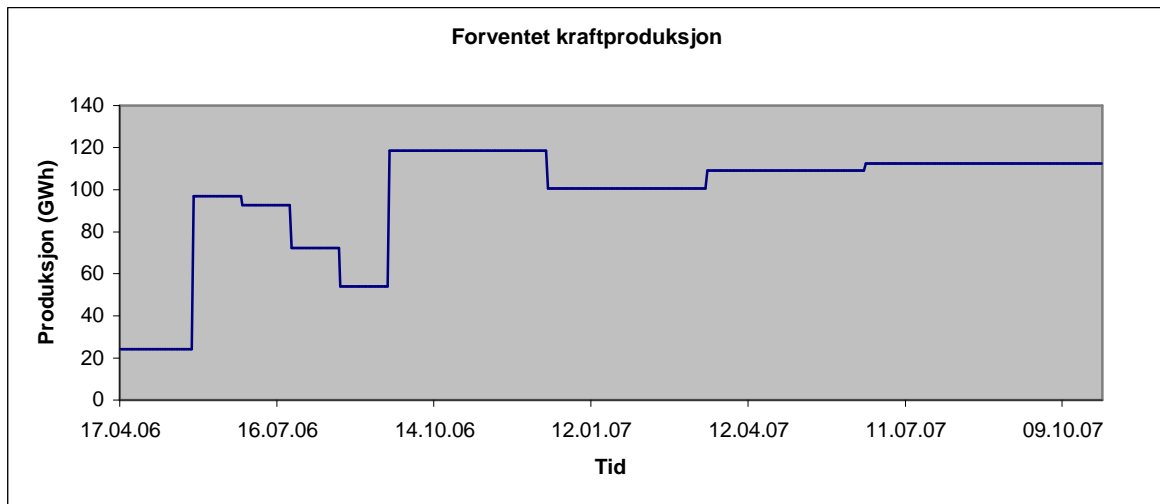
fullstendig på høsten for å unngå overløp [Aronsen, 2006]. Statistikk for tilsiget til Driva finnes i vedlegg 2.

Kraftverket modelleres i perioden 17. april 2006 til 31. oktober 2007. Start- og sluttidspunktet gjør det naturlig å velge et lavt startmagasin og et høyt sluttmagasin. Her velges det å sette startmagasinet lik 100 Mm^3 , som utgjør cirka 35 % av den totale magasinkapasiteten. Sluttmagasinet settes til 70 % av totalkapasiteten, som er 196 Mm^3 . Diskonteringsrenten er her satt til 7 %, men den bør egentlig settes lik risikofri rente fordi forwardkurven er risikojustert.



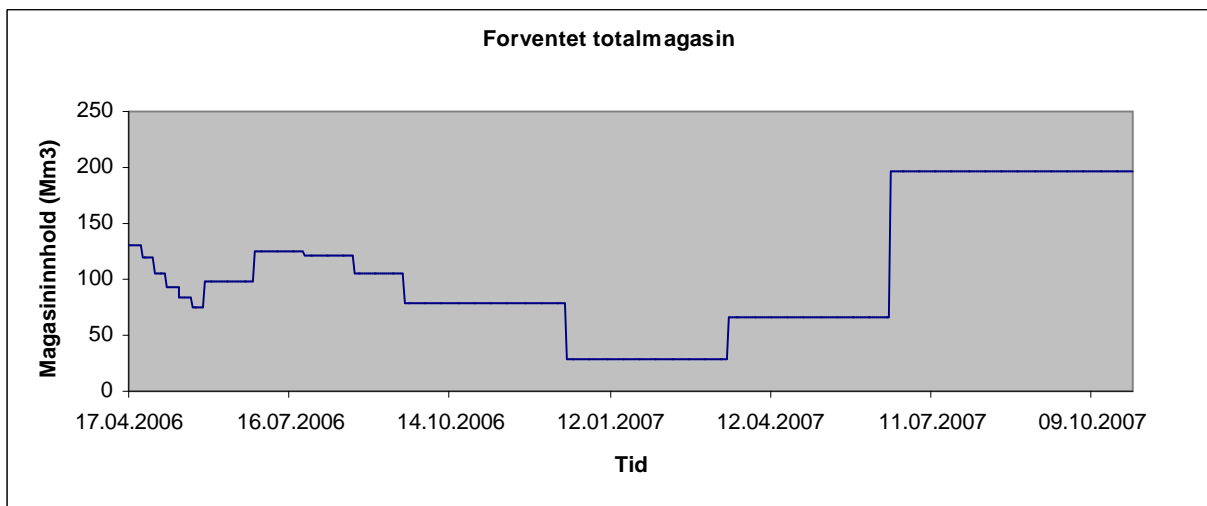
Figur 6.2 Forwardpriser i markedet, 17.04.06.

Figur 7.2 viser forwardprisene i kraftmarkedet sett fra starten av planleggingsperioden den 17.04.06 og frem til slutten av planleggingsperioden den 31.10.07. Grafen er lagd på bakgrunn av forwardpriser fra Nord Pool. Det observeres at nivået i forwardprisene reflekterer sesongvariasjoner, med generelt synkende prisnivå mot sommer, stigende prisnivå på høsten og høyest prisnivå på etterjulsvinteren.



Figur 6.3: Forventet kraftproduksjon.

Figur 7.4 illustrerer forventet kraftproduksjon beregnet i Mosel Xpress. Fra grafen ses det at produksjonen er lav i slutten av april og i mai, men at den igjen øker i juni for så å falle utover mot midten av september. Det synkende produksjonsnivået i juni og juli korresponderer med et lavere prisnivå ut fra forwardmarkedet. I august øker prisnivået igjen, produksjonsnivået øker fra midten av september. Ved nyttår er prisnivået på sitt høyeste. Forventet kraftproduksjon ligger også høyt, men har sunket litt fra nivået før nyttår.



Figur 6.4 Forventet totalmagasin.

Figur 7.4 viser forventet totalmagasin beregnet i Mosel Xpress. Det observeres at forventet totalmagasin er synkende utover våren, men at magasineringen øker fra slutten av mai og fremover. Magasinnivået er på sitt høyeste i slutten av august. Utover høsten synker nivået og er på sitt laveste midtvinters, før en ny vårflom kommer i slutten av mars slik at magasinnivået igjen øker.

Grafene over forventet totalmagasin og forventet produksjon virker troverdige ved en normal driftssituasjon ut i fra forhold som tilsig og sesongvariasjoner i forbruk. Det observeres at forventet kraftproduksjon ikke alltid følger forwardkurven. Dette kan ha med fysiske begrensinger å gjøre. For eksempel kan det være for lite tilsig eller for liten magasineringskapasitet til at en alltid har mulighet for å tilpasse seg forwardkurven. Likevel ses det at kraftproduksjonen ofte samsvarer med forwardkurven, noe som tyder på at å planlegge disponeringene sine etter denne kan være lønnsomt.

7 Konklusjon

I denne oppgaven diskuteres relevante forhold rundt produksjonsplanlegging av vannkraft. På grunn av usikkerhet i fremtidig tilsig og strømpris, bør en stokastisk modell benyttes for optimalisering. Den stokastiske modellen som er presentert i oppgaven er anvendt på en case, Driva kraftverk. For denne casen ser modellen ut til å fungere brukbart, og det observeres at høy kraftproduksjon ofte samsvarer med høye priser i future – og forwardmarkedet. Dette tyder på at produksjonsplanlegging etter forwardkurven kan være bedriftsøkonomisk lønnsomt, noe som også vil være samfunnsøkonomisk lønnsomt i et perfekt marked. For å forbedre den stokastiske modellen er det aktuelt å bruke mer nøyaktige beskrivelser av pris og tilsig som inngangsdata.

8 Videre arbeid

I denne oppgaven er en optimeringsmodell anvendt på et kraftverk. For å sjekke validiteten til modellen kan den anvendes på en rekke kraftverk, og deretter gjøre statistiske undersøkelser på resultatene. Det kan også gjøres tester mot kommersielle verktøy.

Til grunn for optimeringsmodellen ligger blant annet modeller for pris og tilsig. Disse har forbedringspotensiale på flere områder. Modellene kan utvides ved å legge inn flere lag eller høyere ordens lag for å oppnå en bedre tilpasning. Det er også mulig å utvide dem fra en 1-faktorsmodeller til 2-faktorsmodeller. I så fall legges det til et andre stokastisk ledd som er ment å fange opp et langsiktig likevektsnivå for henholdsvis pris og tilsig.

9 Referanser

- Amundsen, E. S., Bergman, L. & Andersson, B. (1998). Competition and Prices on the Emerging Nordic Electricity Market. *Working Paper Series in Economics and Finance* No.217
- Black, F. & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81(3), 637-654.
- Bresnahan, T.F., 1982. The Oligopoly Solution Concept is Identified. *Economics Letters* 10, 87 – 92.
- Brooks, C., 2002, *Introductory econometrics for finance*, Cambridge University Press.
- Davison, M., Rasmussen, H.& Thompson, M. (2004). Valuation and Optimal Control of Electric Power Plants in Competitive Markets. *Operations Research*, 53(4), 546-562.
- Dingman, S. L. (2002). *Physical Hydrologi*, 2.nd edt. Prentice Hall.
- Flatabø, N., Fosso, B., Haugstad, A., Mo, B. (2002). Hydro Scheduling in Competitive Electricity Markets An Overview, NTNU.
- Fleten, S.E., Wallace, S.W. (2003). Stochastic programming models in energy. A. Ruszczyński & A. Shapiro (Red.), *Stochastic programming*, 637-677
- Fleten, S.E., Wallace, S.W., Ziemba T. (2002). Hedging electricity portfolios via stochastic programming. Decision making under uncertainty: Energy and power, 71-93
- Fosso, O.B., Gjengedal, T. (2006). *Produksjonsplanlegging i vannkraftbaserte systemer*. Notat, institutt for elkraftteknikk, NTNU.
- Haug, E.G. (2005). Practical Valuation of Power Derivatives. Working paper, NTNU.
- Hjalmarsson, E. (2000). Nord Pool: A Power Market Without Market Power. Working paper, Department of Economics, Goeteborg University.
- Killingveit, Å. & N.R. Sælthun (1995). *Hydrology*, NTNU
- Lau, L.J., (1982). On identifying the degree of competitiveness from industry price and output data. *Economics Letters*, 10, 93-99.
- Lucia, J.J. & Schwartz, E. (2001). Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange. *Review of Derivatives Research*, 5, 5-50
- McDonald, R.L. (2003). *Derivatives Markets*. Boston: Addison Wesley
- Nord Pool. (2006). A) Nordpools History: www.nordpool.no, 20.10.06
b) Price-calculation: www.nordpoolspot.com, 20.10.06
c) The Nordic Power Market: www.nordpool.no, 20.10.06
d) Trade at Nord Pools Financial Market: www.nordpool.no, 20.10.06

Pedersen, M. (2006). Produksjonsplanlegging og risikostyring for vannkraftanlegg. NTNU.

Schotter, A. (2002). *Microeconomics A Modern Approach*. Boston: Addison Wesley Longman

TrønderEnergi. Driva kraftverk. Brosjyre, TrønderEnergi.

Winnem, M.(2006). Hedging Hydroelectric Generation. NTNU.

Datatilgang

Nord Pool (2006): Data fra FTP-server. (Magdalena Nowakowska)

NVE (2006): Data over norske vannkraftverk. (Erik Juliussen)

Samtale

Aronsen, G. (2006). Drift av Driva kraftverk. November 2006.

Grinden, B. (2006). Demonstrasjon av samkjøringsmodellen. Oktober 2006.

Vedlegg 1: Aktuelle kraftverk for modellering

Kraftverk	Eier
Lomi	SKS
Hodnaberg	Voss Energi
Rana	Helgelandskraft AS
Holen 1-2	Agder Energi
Hemsil	Eco Vannkraft AS
Torpa	Oppland Energi
Jørundland	Agder Energi
Øvre Vinstra	Oppland Energi
Guolasjåkka	Troms Kraftproduksjon AS
Sildvik	Nordkraft AS
Driva	Trønderenergi
Åmæla	Tussa
Stuvane	Østfold

Vedlegg 2: Tekniske data for Driva kraftverk og Gjevilvatn reguleringsmagasin**Produksjon**

Midlere energiekvivalent	1.36 kWh/m ³
Max produksjon	140 MW
Min produksjon	45 MW
Max vannføring	29.4 m ³ /s
Min vannføring	9.1 m ³ /s

Reguleringsmagasin

Max magasin	280 Mm ³
Kotehøyde, nedre reguleringsgrense	645.8 moh
Kotehøyde, øvre reguleringsgrense	660.8 moh

Vedlegg 3: Pris og tilsigsstatistikk

Spotpris, 2000-2006	Kilde: Nord Pool
Max	831.405 NOK/MWh
Min	24.47 NOK/MWh
Gjennomsnitt	235.02 NOK/MWh

Årstilsig for Driva, 1930 – 2000	Kilde: Trønder Energi
Max	670.2 Mm ³
Min	242.5 Mm ³
Forventningsverdi	487.4 Mm ³