Prosjektoppgave

innen faget:

SIS1101 Investering, finans og økonomistyring

For Stud.techn.

Frode Ofstad

Faggruppe for investering, finans og økonomistyring

Industriell Økonomi og Teknologiledelse

NTNU

Oppgavetittel:

Optimal allokering av aktiva under VaR beskrankninger.

1 Oppdragsgiver:

1.1 Nordenfjeldske Forsikring

Trondheim 20.11.2002

Innholdsfortegnelse

Sammendrag

Denne oppgaven beskriver begrepet Value at Risk, såkalt VaR, og beslektede mål som brukes til å beregne risiko for verdipapirer. Hovedhensikten med oppgaven er å implementere en metode som kan brukes til å optimere en aksjeportefølje.

Oppgaven forklarer hovedtrekk ved stokastiske programmeringsmodeller som kan brukes for å beregne statistisk risiko ved investeringer. Disse modellene består av komplekse modeller som kan optimere store ulineære optimeringsproblemer. For å benytte disse modellene kreves det spesiell programvare og god forståelse for teorien som ligger i bakgrunnen.

Videre beskrives flere metoder for å implementere genererte stokastiske data til modellene. I oppgaven beskrives begrepet halvvarians fra Markowitz, og en variant av denne, Lower Partial Moment, som jeg benytter for å velge ut aksjer til poteføljen.

I denne oppgaven har jeg implementert en enkel optimeringsmetode i Visual Basic. Modellen er basert på en heuristisk optimeringsmetode som kalles Threshold Accepting. Metoden viser seg å fungere godt ved de testene som er gjort, og gir et tydelig forbedret resultat både når det gjelder Value at Risk, variansen og avkastningen til porteføljen.

Til slutt forklarer oppgaven hvordan et rammeverk for prising av obligasjoner kan implementeres. Ettersom obligasjoner er påvirket av andre risikofaktorer enn aksjer, vil man måtte implementere en egnet modell for dette.

2 Innledning

Denne prosjektoppgaven tar utgangspunkt i Nordenfjeldske Personforsikring AS (Selskapet) sin portefølje, og hvordan denne skal optimeres for å få størst mulig avkastning over tid. Hensikten med optimeringen er å kunne ta ut en meravkastning uten å øke tapsrisikoen for porteføljen sett under ett. Derfor må man benytte egnede optimeringsmetoder for å maksimere avkastningen og samtidig holde risikoen for tap på lavest mulig nivå.

Hoveddelen av denne oppgaven tar for seg hvordan man kan bruke VaR optimeringsmetoder for å forvalte en aksjeportefølje. Ved å optimere beholdningen av aksjer gitt restriksjoner i størrelsen på sannsynlige tap, kan man redusere den tapseksponeringen, og på den måten oppnå større avkastning på lang sikt.

Alle som investerer i aksjer er utsatt for den samme risiko for at investeringen vil falle i verdi. Det er derimot mulig å unngå de aller verst tapene ved å plassere sine midler slik at statistiske tap blir minst mulig. Dette kan gjøres ved å beregne forskjellige VaR nøkkeltall som påvirkes av sammensetningen av porteføljen, og deretter endre sammensetningen av porteføljen for å minimere risikofaktorene.

Selskapets portefølje består hovedsaklig av obligasjoner. Det er derfor viktig å vektlegge riktig forvaltning av disse aktiva i større grad enn aksjene. I denne oppgaven har jeg bare foretatt en generell beskrivelse av hvordan dette gjøres. Senere vil det måtte gjøres på en grundig måte.

Optimeringsmodellen i oppgaven er implementert i Microsoft Excel, med programmering i Visual Basic. Dette er en grei metode for å lære metodene og teste ut modellene fordi det er lett å fremstille resultatene grafisk i Excel.

3 Prosjektoppgaven

3.1 Oppdragsgiver

Oppdragsgiver for denne prosjektoppgave er Nordenfjeldske Personforsikring AS. Selskapets virksomhet er risikoforsikring av personer. Tilbudet omfatter individuelle uføre-, ulykke-døds- og sykeforsikringer. Brutto premieinntekter fra individuelle risikoforsikringer var 93 millioner kroner i 2001.

Selskapet er per 31.12.2001 eid av A/S Forsikringsselskapet Codan (51 %), Fokus Bank ASA (39 %) og Nordlandsbanken ASA (10 %).

Selskapets kapital ut over driftslikviditet er plassert i aksjer og obligasjoner. Porteføljen forvaltes av Fokus Kapitalforvaltning. Selskapet har i tråd med sin langsiktige strategi valgt en konservativ investeringsprofil. Kun 4 % av porteføljen er plassert i aksjer, resten er plassert som bankinnskudd, stats og finansobligasjoner. [1]

Porteføljen var ved utgangen av 2001 bokført til 177,8 millioner kroner fordelt på:

Omløpsobligasjoner	45 mill. kr	25 %
Obligasjoner som holdes til forfall	41 mill. kr	23 %
Aksjer	7 mill. kr	4 %
Bankinnskudd	85 mill. kr	48 %

Selskapets styre har fattet prinsippvedtak om at inntil 20 % av porteføljen kan plasseres i aksjer, med begrensning på 10 % inntil videre. Aksjeporteføljen består av 70 % utenlandske og 30 % norske aksjer.

3.2 Problemstillinger fra oppgaveteksten

Ettersom porteføljen ikke forvaltes av Selskapet selv, vil det være vanskelig å kontrollere hvordan midlene investeres. Sentrale spørsmål knyttet til forvaltningen av denne porteføljen er hvordan man skal kunne måle hvor god avkastningen er, og hvordan det skal måles. Ettersom Selskapet ikke innehar denne kompetansen selv, er det derfor nødvendig å utvikle en nøytral idealportefølje som porteføljen og forvalterne kan vurderes etter.

Samtidig må man avgjøre hvor stor del av kapitalen man bør forvalte internt, og hvor mye som må overlates til eksterne forvaltere. Dette er kostnadsspørsmål knyttet til hvilke omkostninger det vil være i forbindelse med intern forvaltning kontra å kjøpe denne tjenesten eksternt. Samtidig vil det være nødvendig å utarbeide retningslinjer for utvelgelse av forvalter, og hvilke rammer forvalterne bør ha.

3.3 Hovedutfordringer

- Avgrense problemet	- Definere problemstilling
	- Finne litteratur om problemstillingen
	- Generere data til modellering
- Valg av instrument	- Trygge plasseringer eller risiko?
og forvalter	- Intern eller ekstern forvaltning (kostnader)
- Hvordan finne benchmark?	- Modell: 1.periodisk Markowitz

4 Strategisk Aktivaallokering

Generelt kan man beskrive Strategisk Aktivaallokering som et planleggingsproblem for finansielle ressurser. Oppgaven består i å plassere penger strategisk i forskjellige aktiva for å optimere avkastningen og minimere risikoen. For å gjøre dette på best mulig måte, må man ta hensyn til en mengde usikkerhetsfaktorer som påvirker avkastning og risiko. Disse faktorene kan man implementere i en matematisk modell som simulerer forskjellige utfall.

Matematiske programmeringsmodeller som håndterer usikkerhet kalles stokastiske programmer. Vi kan formulere to spesialtilfeller av stokastiske programmer; forutseende og adaptive modeller. Disse to modellene kombineres i rekursiv modell som er egnet for finansielle applikasjoner.

4.1 Forutseende modell

Ved en forutseende modell vil beslutningene måtte taes i en usikker verden. Beslutningene er ikke avhengig av fremtidige observasjoner, men man må predikere fremtidige verdier for risikofaktorene.

4.2 Adaptiv modell

Ved en adaptiv modell vil observasjoner knyttet til usikkerheten bli tilgjengelig før beslutningen blir tatt. Optimeringen foregår således i lærende omgivelser. Dersom vi ikke har noe informasjon vil den adaptive modellen bli lik den forutseende modellen.

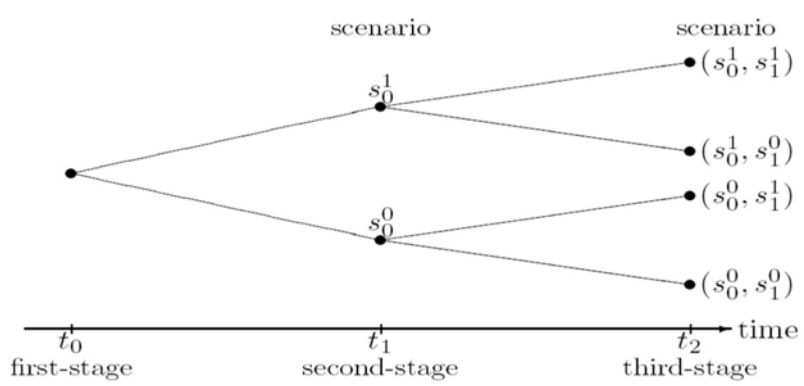
4.3 Rekursive modeller

Rekursive modeller kombinerer Forutseende modeller og Adaptive modeller i felles matematiske rammeverk. Modellen skal forutse fremtidige observasjoner samt at man gjør observasjoner om selve usikkerheten. Modellen kan derfor tilpasse beslutningene rekursivt. Et eksempel kan være en porteføljeforvalter som både tar hensyn til forandringer i aksjekursen (forutseende) og at porteføljen vil rebalanseres når prisene forandres (adaptiv).

4.4 Stokastisk Programmering

Porteføljestyring kan ses på som multiperiodiske dynamiske systemer hvor transaksjonene finner sted ved diskrete tidspunkt. Ved hvert tidspunkt må porteføljeforvalteren ta stilling til de rådende markedsforhold (rentenivå og priser) og sammensetningen av porteføljen. Forvalteren må også bedømme de fremtidige svingningene i rentenivå, kurser og pengestrøm. Denne informasjonen blir innlemmet i handlingsrekken for kjøp og salg av verdipapirer.

Som et eksempel kan man ta for seg en stokastisk programmeringsmodell på tre stadier. Modellen kan fremstilles grafisk slik det er vist i Figur 1. Modellen beskriver en bestemt sekvens av hendelser som skal foretas i begynnelsen av hver tidsperiode. Forvalteren starter med en gitt portefølje og et scenario for fremtidige hendelser. Denne informasjonen blir innlemmet i investeringsbeslutningene som taes i første trinn.



Figur 1: Beslutningstre for flerperiodisk stokastisk programmeringsmodell

Figur 1 viser en prinsipiell flertrinnsmodell, hvor man har to fremtidige tidsperioder man skal beregne scenarier for. Man kan lett tenke seg at en slik modell vil bli meget kompleks dersom man har betraktelig flere genererte scenarier å velge mellom. Beregningene vil raskt "eksplodere" i antall, og gjøre metoden til en prosesseringsintensiv modell.

4.5 Scenario generering

Første trinn for å implementere stokastisk programmering er å generere et avkastningsforløp for verdipapirer basert på relevante økonomiske faktorer. Dette er en komplisert prosess som involverer mange variable. For flerperiodiske stokastiske modeller er det viktig å begrense antallet noder i hendelsestreet. Slike modeller har en tendens til å bli ganske omfattende, og med mange noder vil antallet beregninger øke veldig raskt. Men dette må avveies, fordi et for lite antall noder vil kunne gi unøyaktige resultater.

Når de nye økonomiske faktorene er beregnet, må man estimere verdien av beholdningen i neste periode ved å benytte hensiktsmessige algoritmer hvor man tar inn risikofaktorer og kostnader for porteføljeforvaltningen.

Simuleringsmodellen benytter en prognose for fremtidig verdi av gjeld og egenkapital. Modellen må være i stand til å håndtere de komplekse økonomiske påvirkningene fra finans - og verdipapirmarkedene og hvordan dette påvirker verdien av aktivaene i porteføljen. Simuleringsmodellene skal prøve å gjenskape sammensetningen og utviklingen av verdier så nøye som mulig. Det er de makroøkonomiske variable som påvirker gjelden, mens andre økonomiske variable driver finansmarkedene og bestemmer derved prisen på verdipapirene.

Jeg vil i denne oppgaven benytte en enperiodiske modell, noe som er gjort for å enkelt kunne implementere og teste ut modellen. Dessuten er man avhengig av å forstå de grunnleggende metodene før man kan benytte seg av de noe mer kompliserte variantene.

Metoden jeg har implementert benytter seg av et halvt års historiske data for utvelgelsen av aksjene i porteføljen, og vil sammenligne verdien av porteføljen med indeksen et halvt år fram i tid. Det er selvsagt ingen ting i veien med å gjenta denne prosessen med mindre tidsintervall, men i denne oppgaven er hensikten å kontrollere om metoden som benyttes virkelig optimerer porteføljesammensetningen.

5 Risiko

Dersom man investerer i verdipapirer er man som kjent utsatt for en viss risiko for at investeringene faller i verdi. Denne risikoen kalles for markedsrisiko, og kan deles opp i to komponenter: Generell markedsrisiko og spesifikk risiko.

Generell markedsrisiko omfatter endringer i markedsverdien for de forskjellige aktiva som følge av brede bevegelser i finansielle markeder. For eksempel vil endringer i rentenivå, aksjekurser, valutakurser og råvarepriser påvirke markedsverdien til alle aktiva på en eller annen måte.

Spesifikk risiko omfatter for eksempel endringer i lånetakers eller utsteders kredittverdighet, endret omsettelighet for verdipapirene samt politiske hendelser lokalt eller globalt som påvirker finansmarkedene. [2].

5.1 Risiko håndtering

Faktorene som påvirker markedsrisikoen forandrer seg hele tiden. Det er derfor vanskelig å forutse variasjonen i markedsrisikofaktorer over lengre tidsperioder. Faktorene som påvirker kredittrisikoen forandrer seg sjeldnere og mer diskret. Derfor er det vanskelig å forutse variasjonen i kredittrisikofaktorer over korte tidsperioder.

Forskjellen mellom kontinuerlige markedsrisikofaktorer og diskrete kredittrisikofaktorer fører til et problem med risikoberegningene. For å få nøyaktige risikomålinger, vil man måtte måle markedsrisikofaktorer over kun et par dager eller uker, mens kredittrisikofaktorer må måles over tre måneder eller opp til et år. Beregninger av korrelasjon mellom slike målinger er et problem, ettersom de er av forskjellig natur. Men dersom man er klar over dette, er det likevel fullt mulig å integrere markeds- og spesifikk risiko for å finne total markedsrisiko for sin portefølje.

5.2 Valg av referanseportefølje

Strategien en forvalter velger når man investerer i verdipapirer kan enten være aktiv eller passiv. Dersom man legger porteføljen nært opp til referanseporteføljen, kalles det indeksforvaltning, og vil være en passiv forvaltningsform. Fordelen med dette er at man kan holde forvaltningskostnadene på et lavt nivå. Ulempene er at man ikke kan vente seg høyeste avkastningene fra investeringen. Men dersom man forvalter store porteføljer vil dette være en trygg investeringsform. Over lang tid vil man uansett ikke kunne forvente å få større avkastning enn gjennomsnittet dersom man har porteføljen spredt i mange markeder.

Ved aktiv forvaltning vil man velge en strategi som man tror vil være fordelaktig for å øke avkastningen. For eksempel kan man satse på å time investeringene til perioder med lavere aksjeverdier for å ta ut økt fortjeneste i forhold til indeksen. Eller man kan velge segmenter i aksjemarkedet som erfaringsmessig vil ha en større avkastning i visse perioder.

Hvilken fordeling man har av obligasjoner og aksjer i referanseporteføljen, tilpasses de retningslinjer som ligger til grunn for investeringen, basert på avkastningsmål og risikoprofil. For å få et best mulig grunnlag for en referanseportefølje, kan man bruke internasjonale anerkjente indekser, for eksempel FTSE World Index, MSCI World Index og Salomon Brothers Broad Market Index. Disse indeksene representerer et bredt utvalg av aksjer i mange land. Man vekter et utvalg fra disse indeksene, slik at segmentene passer overens med den porteføljen man selv besitter.

I tillegg vil det være nødvendig å ha en referanseindeks for obligasjonsporteføljen. Et eksempel er Salomon Smith Barney, som foretar et utvalg av statsobligasjoner i hvert enkelt land, og veier disse samme til en verdensindeks. En annen indeks er WGBI, som omfatter 750 obligasjonslåneserier. Alle nye obligasjonslån som tilfredsstiller kravene blir lagt til indeksen. Alle obligasjoner i indeksen har minst ett år igjen av løpetiden [2].

6 Value at Risk

Value at Risk (VaR) er et begrep som på en enkel måte beskriver den risikoen en investor er utsatt for til enhver tid. VaR kan være en tall i kroner eller oppgitt i prosent av porteføljeverdien. VaR er enkelt å forstå, og er derfor brukt på mange områder innen finans.

Noe av det som gjør VaR til et veldig anvendelig verktøy, er at VaR kan benyttes på alle nivåer i vurderingen av risiko for finansielle aktiva. Helt fra enkeltaksjer til porteføljer bestående av mange typer aktiva har VaR blitt et felles mål for risiko knyttet til investeringen.

6.1 Metoder for beregning av VaR.

VaR modeller er beregnet for å måle potensielle tap forårsaket av ugunstige forandringer i prisen på finansielle instrumenter, såkalt markedsrisiko. Det er flere fremgangsmåter for å forutse markedsrisiko, og ingen enkelt metode er best i alle situasjoner. Det siste tiåret har mange VaR modeller blitt implementert av finansinstitusjoner. Inspirert av moderne porteføljeteori, vil en VaR modell prøve å predikere risiko for tap ved å analysere forandringer i finansmarkedene.

For å beregne VaR kan man i hovedsak velge mellom tre metoder; Parametrisk metode, Monte Carlo simulering, og Historisk simulering. Alle metoder har sine styrker og svakheter, men brukt sammen vil disse metodene gi en mer fullstendig oversikt over risikoen.

- Parametrisk metode: Estimerer VaR med ligninger som spesifiserer parametere.

- Monte Carlo simulering: Estimerer VaR ved å simulere fremtidige scenarier.

- Historisk simulering: Estimerer VaR ved å ta i bruk historiske data.

En kortfattet beskrivelse av fordeler og ulemper for disse tre metodene er gjengitt i tabell 1. Beregninger av VaR vil ofte gi unøyaktigheter, og valg av metode er avgjørende for å få mest mulig nøyaktige resultater.

Tabell 1: Beskrivelse av fordeler og ulemper ved de forskjellige VaR metoder.

Metode	Fordeler	Ulemper
Parametrisk metode	Hurtige og enkle beregninger. Trenger ikke store mengder historiske data.	Mindre nøyaktig for ikke lineære porteføljer og for skjeve fordelinger.
Monte Carlo simulering	Nøyaktig for alle aktiva. Gir porteføljeverdier for hele fordelingen. Gir muligheten for å variere parametere i sannsynlighetsfordelingen. Trenger ikke historiske data.	Krever mye prosessering og tid. Beregner ”fat tail” risiko bare dersom scenariene er generert fra passende sannsynlighetsfordeling.
Historisk simulering	Nøyaktig for alle aktiva. Trenger ikke foreta antagelser omkring fordelinger. Raskere enn Monte Carlo	Krever daglige historiske data. Vanskelig å skalere i fremtid. Unøyaktig ved høy konfidensgrad. Beregner ”Fat tail” bare dersom dataene inneholder slike hendelser.

Alle tre metodene er begrenset av en grunnleggende forutsetning; at fremtidig risiko kan predikeres av den historiske avkastningsfordelingen. Den parametriske metoden forutsetter at avkastningen er normalfordelt, noe den ikke trenger å være. Monte Carlo simulering tillater derimot ulike statistiske metoder for å variere sannsynlighetsfordelingen, men volatilitet og korrelasjon vil fremdeles være basert på tilpasninger av historisk avkastning. Historisk simulering forutsetter at fremtidig avkastning er statistisk lik tidligere avkastning.

Alt dette impliserer at metodene er følsomme for store forandringer i markedet og nye markedsforhold. Dersom man beregner risikoen for aktiva som har ikke-lineær respons på forandringer i underliggende aktiva, for eksempel opsjoner, er det viktig å benytte formler som gir den fulle verdien av aktivaene ved beregning av risiko For eksempel kan man benytte Black & Scholes opsjonsprising av oppsigelige obligasjoner. Dersom det er en stor andel av ikke-lineære aktiva, vil det være større nøyaktighet i beregningene dersom man benytter Monte Carlo eller Historisk simulering for å beregne VaR [7].

6.2 Bruk av modellene

Modeller for risikomåling gjør det mulig å beregne risiko på en objektiv og uavhengig måte. Historiske simuleringsmetoder tillater konsistente og sammenlignbare målinger på tvers av porteføljer og forskjellige aktiva. Metodene gjør det enkelt å måle VaR for et ønsket segment av porteføljen, og dermed finne ut hvor mye det enkelte segmentet bidrar til den totale risikoen.

Selvsagt vil også VaR metodene ha en del svakheter. Blant annet er summen av VaR som måles for hver av delene av en portefølje ikke lik VaR for hele porteføljen sett under ett. Dersom man splitter opp en portefølje i flere deler, og så beregner VaR for hver del, kan summen av VaR være lavere enn virkelig verdi. [6]

På samme måte vil den samlede påvirkning fra mange ulike risikofaktorer utgjøre total risiko for en portefølje, men total risiko vil ikke være lik summen av alle de ulike risikofaktorene. Det er fordi de forskjellige aktivaene påvirkes ulikt av de ulike risikofaktorene til ulike tider, og korrelasjonen mellom forskjellige aktiva og risikofaktor vil aldri bli lik 1. Dette er årsaken til at det er fordelaktig å diversifisere en portefølje, slik at man sprer risikoen [7].

6.3 Konfidensgrad og tidshorisont

Før man beregner VaR, må man spesifisere tidshorisont og konfidensgrad. Standard verdi er gjerne 95 % konfidensgrad, men noen bruker 99 %. Dette avhenger av hvilke aktiva man angir VaR for. Tidshorisonten for VaR vil ofte være 1 dag for banker, mens bedrifter kan bruke kvartalsvis eller 1-års horisont. Investeringsinstitusjoner kan bruke 1 måneds tidshorisont, noe som utgjør 20 handledager. I praksis vil det si at dersom man velger 95 % konfidensgrad for VaR, vil man tape et beløp som er større enn VaR en gang per måned.

Valg av høyere konfidensgrad for VaR, for eksempel 99 %, vil bli sett på som et mer konservativt risikomål. Men dersom man ser på dette i et praktisk perspektiv, vil det være lite trolig at en enda høyere konfidensgrad, for eksempel 99.9 %, vil bli tatt særlig seriøst. Det impliserer at man ikke vil tape mer enn VaR en gang hvert fjerde år, noe som ikke er troverdig. VaR modeller vil miste sin nøyaktighet et sted mellom 95 og 99 % konfidensgrad. Det avhenger av hva man måler på. Dersom man beregner VaR for kredittrisiko og kapital, kan man gjerne bruke 99 % konfidensgrad, fordi det dreier seg om aktiva med generelt lavere risiko enn aksjer.

Tidligere sjef i J.P. Morgan, Dennis Weatherstone, skal ha sagt: ”VaR takes me to 95 % confidence. I pay my risk managers good salaries to look after the remaining 5 %.”

7 Målinger av tapsrisiko

Det er interessant for en porteføljeforvalter å vite hva slags risiko man til enhver tid er utsatt for. På bakgrunn av disse opplysningene om risiko, vil man kunne optimere sin portefølje, og dermed maksimere avkastningen, og samtidig minimere risikoen for tap. Målinger av risiko for tap har ført til stor forbedring i moderne porteføljeforvaltning.

Det startet med to artikler utgitt i 1952. Den første av Markowitz kom med det første rammeverk for å måle risiko og avkastning for en portefølje. Han målte og brukte midlere avkastning, varians og kovarians for å maksimere forventet porteføljeavkastning ved en gitt varians, eller minimere variansen for en gitt avkastning. Investoren må deretter foreta en avveining mellom risiko og avkastning, og posisjonere sin portefølje slik at man får den avkastningen man sikter etter.

Den andre artikkelen av som ble utgitt i 1952 ble skrevet av Roy. Han hadde til hensikt å utvikle en praktisk metode for å bestemme den beste avveining mellom risiko og avkastning, ettersom investorer ikke fant det så veldig praktisk å ”maksimere sin nytte”. Roy’s konklusjon var at investoren vil foretrekke det sikre alternativet med minst mulig sjanse for at porteføljen vil være mindre verdt enn avkastningsmålet.

Porteføljen med minst sannsynlighet for å få et tap mindre enn avkastningsmålet kan finnes ved å maksimere forholdet mellom avkastning minus maksimalt tap (r – d) og standardavviket (s) for porteføljen.

$$Max\left[\frac{r-d}{s}\right]$$

Markowitz kom på bakgrunn av Roy's arbeid ut med en ny artikkel i 1959 hvor han sier at investorer vil være interessert i å minimere risikoen for tap, og at tap på verdipapirer ikke er normalfordelt. Derfor kan investorer ha god nytte av risikoberegninger for å velge den rette porteføljen. Markowitz foreslår to metoder for å beregne risikoen for tap: Beregn halvvarians fra midlere avkastning eller forventet avkastning.

Markowitz innførte med dette begrepet halvvarians eller semivariance, SV, som kan beregnes med formelen

$$SV = \frac{1}{K}\sum_{T=1}^{K} Max\left[0,(t - R_T)\right]^2$$

hvor K er antallet observasjoner, t er avkastningsmål, a er risikokoeffisienten og R_T er avkastningen for aktiva R i periode T. Porteføljeoptimering med halvvarians ble lite brukt, mye på grunn av at det er komplisert, og at man var begrenset til å ha kun en nyttefunksjon. Denne teorien kom fram i lyset igjen senere, men da noe forandret og under et annet navn; Lower Partial Moment.

7.1 Lower Partial Moment

Utviklingen innen beregninger av tapsrisiko skjøt fart med introduksjonen av Lower Partial Moment (LPM), først og fremst fra Bawa (1975), men også Fishburne (1977). Overgangen fra Markowitz og halvvarians til LPM fjernet begrensningene i å bare kunne ha en nyttefunksjon, og man kunne beregne risiko med andre risikokoeffisienter enn bare 2, slik tilfellet er med halvvariansmetoden til Markowitz. Med risikokoeffisienter kan man gradere hvor mye risiko man er villig til å ta.

Gitt en investors risikotoleranse a, vil LPM være definert som

$$LPM(a,t) = \frac{1}{K}\sum_{T=1}^{K} Max\left[0,(t - R_T)\right]^a$$

hvor K er antallet observasjoner, t er avkastningsmål, a er risikokoeffisienten og R_T er avkastningen for aktiva R i periode T.

Kort fortalt er LPM for et aktivum lik summen av differansen mellom avkastningsmålet og avkastningen vi måler for perioden T, opphøyd i risikofaktoren a, for alle tidsrom mellom T = 1 og K. Dersom man bruker LPM til å velge aktiva til sin portefølje, vil man ha størst vekt av de aksjer som har periodiske avkastninger med minst avvik fra avkastningsmålet i den samme perioden. Funksjonen $Max[0,(t-R_T)]$ vil si at høyere avkastning enn avkastningsmålet t ikke blir vektlagt. Samtidig vil aktiva med negativ avkastning gis høyere vekt i porteføljen enn aktiva med positiv avkastning.

Koeffisienten a kan anta alle verdier, og er et mål på hvor risikovillig investoren er. LPM gir oss dermed et vidt spekter av nyttefunksjoner. Med koeffisienten a = 0, vil vi få det som kalles Below Target Probability, (BTP), eller sannsynligheten for at investoren tjener mindre enn avkastningsmålet. Med a = 2 vil LPM og halvvarians være det samme, og vi får det som kalles Below Target Risk, (BTR), som angir en risikoavers investor. LPM angir i dette tilfellet avkastning som er lavere enn avkastningsmålet. Dersom risikokoeffisient settes lik 1, indikerer det en aggressiv investor. [3]

7.2 Risikohåndtering

Risikohåndteringssystemer er basert på modeller som beskriver potensielle forandringer i faktorer som påvirker porteføljeverdien. Ved å generere forskjellige fremtidsscenarioer for de forskjellige risikofaktorene, kan vi trekke slutninger om verdien av porteføljen for forskjellige økonomiske scenarioer.

En metode for å generere scenarioer er å spesifisere hvor stor sannsynlighet det er for at en risikofaktor vil ende opp i en bestemt verdi. En annen måte for å generere scenarioer kan være å se tilbake på tidligere hendelser, og anta at fremtidige hendelser vil være noenlunde av samme art. Disse metodene fører til forskjellige modeller for å måle risiko.

Med de spesifisert scenarioene og sannsynligheten for at de inntreffer, kan vi generere P&L scenarioer for å beregne risikomål for porteføljen. For eksempel kan vi beregne 95 % VaR som er det tapet vi kan forvente vil inntreffe i 5 % av mulige scenarioer. For å få et totalt bilde av risikoen, og for å kunne bruke VaR i risikostyringsprosesser, må man ta i bruk flere metoder. Man må ta hensyn til gjensidig påvirkning fra de forskjellige faktorene som bestemmer total risiko for porteføljen, i tillegg til forandring i risiko som følge av forandring i selve porteføljen. Marginal og inkrementell VaR, samt Conditional VaR (eller ”Expected

Shortfall") er begreper vi bør kjenne for å kunne analysere VaR nærmere. Mer om dette i kapittel 8.

7.3 Scenarier basert på Midlere Varians

For å finne VaR må man simulere mulige utfall for fremtidige porteføljeverdier, og man finner VaR som forskjellen mellom dagens porteføljeverdi og den korresponderende prosentvise fordelingen til P&L funksjonen.

$$r_{t,T} = Ln(\frac{P_T}{P_t}) = p_T - p_t$$

$r_{t,T}$ betegner logaritmisk avkastning fra tid t til tid T. P_t er risikofaktoren ved tid t, p_t er log(Pt). Gitt et estimat for volatiliteten σ, vil prosessen som genererer avkastningen følge et vilkårlig forløp.

$$\frac{dP_t}{P_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

Dette betyr at avkastningen r fra t til T er lik

$$r_{t,T} = (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t) + \sigma\varepsilon\sqrt{T-t}$$

Vi må nå estimere to parametere, drift μ og volatilitet σ. Dersom vi skal predikere avkastninger for kortere tidsrom enn tre måneder, kan vi på bakgrunn av Kim, Malz og Mina (1999), si at ingen (null) avkastning like godt som noen andre predikater. Dermed slipper vi å predikere en verdi for drift μ, og vi ender opp med uttrykket:

$$r_{t,T} = \sigma\varepsilon\sqrt{T-t}$$

Neste spørsmål er hvordan vi skal predikere volatiliteten σ. Vi kan bruke en eksponentielt vektet bevegelig gjennomsnitt av kvadrerte avkastningsmål som et estimat for volatiliteten. Dersom vi har historisk m + 1 dagers avkastning mellom tid t – m og tid t kan vi beregne 1-dags volatilitet ved tidspunkt t som

$$\sigma = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^{m+1}} \sum_{i=0}^{m} \lambda^i r_{t-i}^2 = R^T R$$

hvor $0 < \lambda \le 1$ er dempningsfaktoren og r_t er avkastningen fra dag t til dag t+1.

R er gitt ved formelen

$$R = \sqrt{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{m+1}}}\begin{pmatrix} r_t \\ \sqrt{\lambda} r_{t-1} \\ : \\ \sqrt{\lambda^m}\, r_{t-m} \end{pmatrix}$$

Dess mindre dempningsfaktoren λ er, jo større vekt får hendelser som ligger nært tilbake i tid. Dersom λ er lik 1 vil modellen reduseres til en jevnt vektet gjennomsnitt av kvadratiske avkastningsmål. Empiriske erfaringer viser at en λ-verdi på 0,94 vil gi gode estimater på 1-dagers volatilitet, mens en λ-verdi på 0,97 gir gode estimater for 1-måneds volatilitet. En viktig konsekvens av dette er at uansett av hvor mange historiske verdier vi har i grunnlagsdataene, vil det være vektet slik at de siste dagers verdier har størst betydning. For eksempel vil en λ-verdi på 0,94 bety at 99,9 % av informasjonen vil være tatt fra de siste 112 dager.

Modellen beskrevet over gjelder for situasjoner med en enkelt risikofaktor. Modellen kan endres til å gjelde for flere risikofaktorer ved å utvide matrisen som beskriver avkastningsverdiene til størrelse m*n.

$$R = \sqrt{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{m+1}}}\begin{pmatrix} r_t^{(1)} & r_t^{(2)} & \dots & r_t^{n} \\ \sqrt{\lambda} r_{t-1}^{(1)} & \dots & \dots & \sqrt{\lambda^m}\, r_{t-1}^{(n)} \\ : & : & : & : \\ \sqrt{\lambda^m}\, r_{t-m}^{(1)} & \sqrt{\lambda^m}\, r_{t-m}^{(2)} & \dots & \sqrt{\lambda^m}\, r_{t-m}^{(n)} \end{pmatrix}$$

Kovariansmatrisen Σ kan deretter beregnes med formelen $R^T * R$.

7.4 Historisk simulering

Man kan ta i bruk empiriske risikofordelinger og generere risikostatistikk gjennom bruk av historisk simulering. Grunnlaget for å kunne gjøre dette er forutsetningen om at potensielle forandringer i risikofaktorene er identisk med de observerte forandringene i faktorene gjennom en definert tidsperiode. Vi kan da bruke data fra historisk avkastning, og benytte disse til å forutse fremtidige prisscenarioer. Til slutt kan vi bruke de ulike prisscenarioene til å generere P&L scenarioer for porteføljen. Formelt kan dette gjøres ved å generere en m*n matrise som inneholder n risikofaktorer og m daglige avkastningsverdier (scenarier).

$$R = \begin{pmatrix} r_t^{(1)} & r_t^{(2)} & \ldots & r_t^{n} \\ r_{t-1}^{(1)} & \ldots & \ldots & : \\ : & : & : & : \\ r_{t-m}^{(1)} & r_{t-m}^{(2)} & \ldots & r_{t-m}^{(n)} \end{pmatrix}$$

Når hvert avkastningsscenario korresponderer til en dags historiske avkastning, kan vi tenke oss at hver rekke i matrisen er ett gitt scenario. Dersom vi har M forskjellige verdipapirer med nåverdi P_0 i en portefølje, kan vi beregne verdien av hvert verdipapir $V_j(P)$ hvor j = 1…M. Vi finner da P&L scenario for dag T som følger:

1. Ta en rekke r fra R
2. Beregn verdien for hver risikofaktor T dager fra nå ved å bruke $P_T = P_0 e^{r\sqrt{T}}$
3. Pris hvert verdipapir ved å bruke nåverdi P_0 og prisscenarioet P_T fra dag T.
4. Beregn portefølje P&L som $\sum_j (V_j(P_T) - V_j(P_0))$

8 Bruk av simuleringsmetoder

Uansett hvilke metoder vi bruker for å generere scenarioer, er det samme fremgangsmåte for å beregne verdier for VaR. For eksempel vil 95 % VaR verdi fra 1000 genererte scenarioer være verdien vi beregner for det 50. største tapsscenarioet.

Etter å ha beregnet VaR, er det viktig å huske på at genereringen har en vilkårlig natur, slik at VaR beregnet med forskjellige metoder vil gi forskjellige svar, samt at svaret vil variere litt fra simulering til simulering. Det er derfor man må beregne hvor nær den beregnede verdien er virkelig verdi. Ettersom vi i praksis ikke kan beregne VaR uendelig mange ganger, vil det være simuleringsfeil i verdien vi finner. Derfor må vi beregne konfidensintervallet omkring VaR. Dette konfidensintervallet bruker vi til å bestemme hvor mange simuleringer av VaR vi trenger for å få den nøyaktigheten vi vil ha. Ettersom vi vil kjøre færrest mulig simuleringer er avveiningen mellom nøyaktighet og simuleringstid et viktig kriterium. [4]

Det er mulig å redusere kompleksiteten til beregningene ved å bruke en enklere prisingsfunksjon, men det vil påføre beregningene større prisningsfeil. Dersom denne prisingsfeilen i halen av fordelingen er mindre enn eller maksimalt like stor som simuleringsfeilen, kan vi tjene på å bruke en enklere prisingsalgoritme i form av redusert prosesseringstid. Det finnes to vanlige forenklinger for kompliserte prisingsfunksjoner. Den første metoden kalles Deltametoden. Den tilpasser prisfunksjonen til en rett linje, og tar bare hensyn til lineær følsomhet for underliggende påvirkningsfaktorer. Den andre metoden er en forbedring av Deltametoden, og tilpasser en kvadratisk approksimasjon til prisfunksjonen for å kunne følge eventuelle kurveformer i prisingsfunksjonen. [5]

9 Andre VaR mål

VaR er en fleksibel metode for å måle risiko. Den kan vanligvis brukes for tidshorisonter mellom 1 dag og 1 måned, og for konfidensgrad mellom 90 og 99 %. Relativ VaR beskriver sannsynligheten for tap målt i prosent. Absolutt VaR angir tap i kroner. I tillegg kan man benytte relaterte VaR beregninger for å utdype analysen av VaR.

9.1 Relativ VaR

Relativ VaR måler sannsynligheten for at porteføljen vil gi dårligere avkastning enn benchmark. Dette er viktig dersom avkastningen skal sammenlignes med en fast benchmark. En portefølje kan for eksempel ha Relativ VaR på 3 millioner kroner med 99 % konfidensgrad. Det indikerer at det er 1 % sannsynlig at porteføljen vil gi et tap som er 3 millioner kroner større enn reduksjonen av verdien i benchmark.

9.2 Marginal VaR

Marginal VaR måler hvor mye ekstra VaR et nytt aktivum i porteføljen vil bety for det totale VaR for porteføljen. Det vil si at Marginal VaR også gir svar på hvor mye VaR forandres dersom man tar vekk det aktuelle aktivum fra porteføljen. Marginal VaR kan beregnes både for Absolutt og Relativ VaR. Man bør være oppmerksom på at aktiva med høy Absolutt VaR kan ha lav Marginal VaR, og dermed bidrar lite til den totale VaR. Dersom man har sikringsinstrumenter i porteføljen (hedges), har disse negativ VaR.

9.3 Inkrementell VaR

Inkrementell VaR måler forandringen i total VaR som følge av forandring i beholdningen av et enkelt aktivum. Summen av inkrementell VaR er lik VaR for hele porteføljen, derfor kan Inkrementell VaR brukes til å beregne hvert enkelt aktivums prosentvise bidrag til total risiko. Inkrementell VaR brukes ofte for å rangere aktiva det lønner seg å sikre (hedge).

9.4 Conditional VaR

Conditional VaR (CVaR) er det samme som Expected Shortfall for kontinuerlige fordelinger, og kan enklest beskrives som gjennomsnittlig størrelse på de tap som overskrider VaR. For diskrete fordelinger er CVaR vektet gjennomsnitt av de tap som overskrider VaR. CVaR er en øvre grense for VaR, og ved å minimere CVaR vil man også redusere VaR. Dersom vi genererer scenarier for å estimere fremtidig porteføljeverdi, vil sannsynligheten for at porteføljen er verdt mindre enn VaR-nivået kalles for Shortfall Probability. Expected Shortfall vil være det gjennomsnittlige tapet vi opplever dersom porteføljeverdien synker under VaR-nivået.

En viktig del av optimeringen er å kunne måle den effekten vi ser etter. Dersom vi skal kunne si noe om forbedringene, må vi ha et mål som forteller om det er gjort forbedringer. Et slikt mål er Sharpe Ratio

9.5 Sharpe Ratio

For å bestemme hvilken risiko man skal ta, må man veie muligheten for avkastning opp mot sannsynligheten for tap. Et standard mål for avkastningen i forhold til risiko er noe som kalles ”Sharpe Ratio”, eller SR, etter William F. Sharpe. Den generelle definisjonen på SR er

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{\text{Årlig Fortjeneste}}{\text{Årlig standardavvik for Fortjeneste}}$$

For å gjøre om månedlig inntekt til årlig inntekt, er det bare å multiplisere med 12. For å gjøre om månedlig standardavvik til årlig standardavvik, multipliserer man med $\sqrt{12}$. En annen måte å beregne Sharpe Ratio på, er

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{\text{Avkastning} - \text{Risikofri rente}}{\text{Standardavvik for Avkastning}}$$

Jo høyere SR, dess bedre er det. For å øke SR, kan man enten øke avkastningen eller redusere risikoen. Historisk har SR over lange tidsperioder og for de fleste vanlige aktivaklasser, ligget mellom 0,3 og 2.

10 Optimering av VaR

Ved optimering av VaR vil man minimere størrelsen på sannsynlige tap ved et gitt konfidensintervall. Men optimering av VaR fører med seg noen uheldige sideeffekter.

Et paradoks i denne sammenhengen er at dersom risikofordelingen er skjev og ikke normalfordelt, vil en optimering for å minimere VaR føre til at halen i fordelingen strekker seg, slik at sannsynligheten for store tap øker. Man vil altså kunne oppleve at den gjennomsnittlige størrelsen på de tapene man får vil øke. Dette kan man unngå ved å optimere med hensikt å minimere CVaR, ettersom CVaR kvantifiserer tap som er større enn VaR. Ved å minimere CVaR vil man dermed også redusere VaR.

10.1 Optimalt porteføljevalg

En investor må optimere sin portefølje for å finne den rette balansen mellom risiko og avkastning. Optimering med grunnlag i midlere varians er en mye brukt metode, men metoden er utsatt for kritikk. Dette fordi den tar utgangspunkt i normalfordelte risikofaktorer, noe som ikke er tilfelle hele tiden.

Andre mål på risiko som er brukt til porteføljeoptimering; expected shortfall, halvvarians eller lignende, gir andre resultater for porteføljeoptimeringen enn når man beregner optimum på grunnlag av midlere varians.

Optimeringsproblemene kan i slike tilfeller bli forholdsvis komplekse, da de kan inneholde flere lokale ekstremalverdier eller være diskontinuerlige. Dersom man i tillegg innfører heltallsbeskrankninger for variablene, innfører tak på antall aktiva eller hvor stor andel hvert aktivum kan utgjøre, vil dette lett bli et uoversiktlig problem.

I slike situasjoner vil klassiske optimeringsteknikker ikke være effektive. Løsningen kan være heuristiske optimeringsteknikker. Vi skal derfor se nærmere på en slik metode og hvordan man kan implementere den. Heuristiske metoder er nyttige i situasjoner hvor andre optimeringsmetoder ikke er tilstrekkelige.

11 Heuristisk Optimering

I denne oppgaven har jeg valgt å implementere en optimeringsmodell som benytter seg av heuristiske metoder under optimeringsprosessen. Heuristisk optimering kan på norsk bedre forklares med begrepet eksperimentell optimering (eller kanskje ”Prøving og Feiling”?). Dette er en metode som er enklere å implementere i Visual Basic enn andre optimeringsmetoder som for eksempel LP-programmering.

11.1 Threshold Accepting metoden

En heuristisk metode kalt ”Threshold Accepting” (TA) ble først utarbeidet av Dueck og Winker i 1992, men beskrivelsen brukt i denne oppgaven er hentet fra Gilli og Këllezi, 2000 [11]. Metoden har vist seg effektiv til å optimere komplekse porteføljer, den tillater en enkel håndtering av alle praktiske beskrankninger og gir gode anslag på optimal verdi. Metoden er effektiv i forhold til mengden prosessering som trengs, og er lett å implementere. I tillegg er algoritmen robust med tanke på forandringer i problemkarakteristikken.

Kort fortalt vil TA generere små vilkårlige variasjoner i porteføljesammensetningen, og beregne porteføljeverdi med den nye sammensetningen. Deretter vil man sjekke om beskrankninger er overholdt, og om den nye variasjonen gir forbedrede egenskaper når det gjelder risiko og VaR.

Genereringen av de små variasjonene i porteføljesammensetningen gjøres ved at man tar to vilkårlige aktiva fra porteføljen og selger en liten fraksjon fra det ene aktivum, og kjøper for en like stor sum av det andre aktivum. Dette gjøres såfremt beholdningen av hvert aktivum er innenfor de gitte rammer for porteføljen. Har man ved et salg kommet lavere enn minimumsgrensen for beholdningen, blir beholdningen redusert til 0, og andelen overføres til det aktivum man kjøper. Dersom man ved et kjøp overskrider maksimumsgrensen for beholdningen av et aktivum, øker man i stedet andelen i kontantbeholdningen.

For å unngå at man foretar uforholdsmessig mange små handler, kan man sette begrensninger på hvor mye det minimum må være av hver aksje i en portefølje. I det virkelige liv vil det være kostnader ved aksjehandel, slik at kursgevinsten ved små kjøp kan spises opp av kostnadene. Men det er viktig å huske på at en minste størrelse på postene også setter tak på hvor mange aksjer vi kan ha i porteføljen. Har man for eksempel 2 % som minste størrelse, vil man maksimalt kunne ha 50 forskjellige aksjer i porteføljen.

Tilsvarende vil man ha en øvre grense for hvor stor andel man kan ha av hver aksje, for å sikre at man får nok variasjon i sammensetningen av porteføljen. Den øvre grensen for beholdning av hver aksje setter da nedre grense for antallet aksjer i porteføljen.

Med den nye porteføljesammensetningen kan man så beregne ny porteføljeverdi. Dersom den nye verdien er lavere enn den gamle porteføljeverdien pluss terskelverdien T, vil man akseptere den nye sammensetningen, for så å generere en ny variasjon i porteføljesammensetningen. Dette er en programløkke som repeteres et fast antall ganger, med stadig mindre terskelverdi T. Det gjør at vi aksepterer stadig mindre avvik fra det lokale minimum. Terskelverdiene T vil være eksponentielt avtagende, og vil bli justert i forhold til hvor stor porteføljen er, slik at man hele tiden optimerer med samme forholdstall.

11.2 Fremgangsmåte

På bakgrunn av denne optimeringen vil man nå kunne finne en optimert verdi av VaR for porteføljen basert på scenariosimulering. Optimeringen starter med den porteføljen vi har valgt ved hjelp av LPM metoden beskrevet kapittel 6.

Ettersom det den siste tiden har vært litt dårligere avkastning på Oslo Børs enn det man skulle ønske, har jeg valgt å bruke genererte data som grunnlag for å beskrive metoden for denne porteføljeutvelgelsen. Men de genererte dataene bør være mest mulig normalt varierte. Derfor har jeg beregnet varians og standardavvik fra historiske data for aksjer på Oslo Børs fra 14. mai 2002 til 11.11.02. I denne perioden var det 128 handledager på børsen. Beregninger viser at midlere varians fra de historiske data er 0,021, og midlere standardavvik er 0,1324. Kan da generere verdien $V_{t,A}$ ved tidspunkt t for aktiva A med formelen

$$V_{t,A} = V_{t-1,A} + 0{,}0002 * V_{0,A} + 0{,}05 * Rnd * V_{0,A}$$

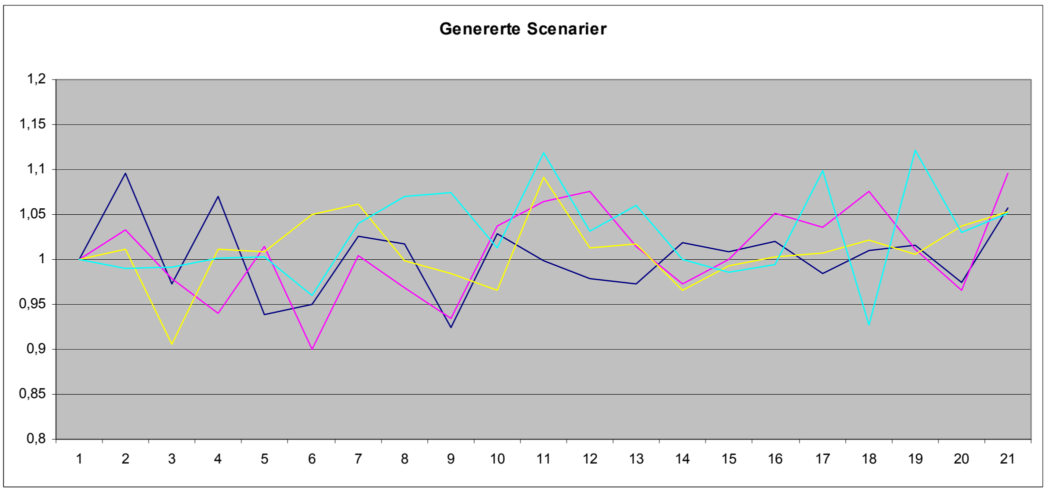
Faktoren 0,0002 kommer fra inflasjonen som er satt til 5 % per år. Daglig faktor for 5 % inflasjon ut fra 250 handledager på Børsen er beregnet med $e^{(0.05/250)}-1$, og er lik 0.0002.

Verdien Rnd blir generert fra en Excel-funksjon som genererer tilfeldige tall, og er litt modifisert slik at tallet er en helt tilfeldig verdi mellom -1 og 1. Denne sløyfen blir gjentatt for 248 diskrete tidspunkt for 37 forskjellige tenkte aktiva, slik at vi genererer en 248x37 matrise med tenkte aksjekurser. Midlere varians for denne scenariegenereringen er 0,016, og midlere standardavvik er 0,118, slik at det er rimelig statistisk samsvar mellom de virkelige verdiene for kursutvikling og de genererte scenariene. Et lite utsnitt av matrisen med de genererte aksjekursene er gjengitt i Tabell 2.

Tabell 2: Utdrag av matrisen med genererte scenarier. Scenariene 1 til 11 for aktiva 1 til 9.

Scenario	A 1	A 2	A 3	A4	A 5	A 6	A 7	A 8	A 9
1	1,04	0,94	1,10	1,03	1,01	0,99	1,05	0,94	1,03
2	0,96	1,03	0,97	0,98	0,91	0,99	1,03	1,04	0,95
3	0,98	0,95	1,07	0,94	1,01	1,00	0,99	1,03	1,04
4	0,99	1,00	0,94	1,01	1,01	1,00	1,05	0,92	1,00
5	1,03	1,04	0,95	0,90	1,05	0,96	0,99	0,94	0,98
6	1,02	1,00	1,03	1,00	1,06	1,04	1,04	1,01	0,99
7	1,05	1,06	1,02	0,97	1,00	1,07	0,98	0,98	1,07
8	0,95	0,94	0,92	0,93	0,98	1,07	1,03	1,00	1,05
9	0,93	0,96	1,03	1,04	0,97	1,01	1,06	0,99	0,91
10	1,08	1,01	1,00	1,06	1,09	1,12	1,02	1,13	1,04
11	0,93	1,03	0,98	1,08	1,01	1,03	0,92	0,98	0,96

For å få et bedre bilde av hvordan de genererte scenariene varierer, vil det hjelpe med en grafisk fremstilling. Vi ser fra Figur 2 at variasjonene er sentrert omkring startverdien 1, men vi har innført inflasjon, slik at etter 250 handledager vil aksjekursene i gjennomsnitt ligge 5 % over startverdien.



Figur 2: Genererte scenarier fremstilt grafisk. Data for 4 aktiva over 20 tidsperioder.

Vi har nå generert simulerte aksjekurser for ett års handel på Oslo Børs. Halvparten av de genererte scenariene skal brukes til utvelgelse av startporteføljen ved hjelp av LPM metoden. Det første man må bestemme seg for ved beregning av LPM for aksjene i indeksen, er hvilke verdier man skal velge for risikofri rente, avkastningsmål og risikokoeffisient. Her har jeg valgt risikofri rente til 5 %, avkastningskravet settes til 12 % og risikokoeffisienten settes til 2, noe som indikerer en risikonøytral investeringsprofil. I tillegg setter jeg konfidensgrad for VaR til 95 %.

Kjører så modellen, hvor første trinn er å finne porteføljens aksjesammensetning før man starter optimeringen. I denne oppgaven vil ikke startfordelingen være avgjørende for resultatet av optimeringen på grunn av at antallet aksjer er forholdsvis lite. Men i tilfeller hvor man velger blant mange aksjer til store porteføljer, vil det være en fordel for optimeringsprosessen at man tar utgangspunkt i en LPM optimert startfordeling. Dette er fordi man da allerede ved starten av optimeringen vil ha større vekt på aksjer som har generelt lavere standardavvik i gjennomsnittlig avkastning.

Neste skritt i optimeringen er å starte den heuristiske prosessen som metoden tar navn etter. Man velger ut to vilkårlige aktiva, hvorfra man selger 5 % av den ene aksjen og kjøper for tilsvarende beløp i den andre aksjen. Samtidig må man kontrollere at beskrankningene for beholdningen av hver aksje overholdes. Deretter beregner man VaR på samme måte som man gjør ved Midlere Varians metoden. Dersom man får en bedre verdi for VaR, vil man godta den nye forandringen. Hvis derimot VaR blir dårligere enn før, vil man gå tilbake til den opprinnelige porteføljen. Man vil også beregne middelavkastningen av den nye porteføljen, slik at man kan finne den nye sannsynlige verdien.

Det spesielle med denne metoden er det som kalles ”Threshold Accepting”. Det vil si at man aksepterer at den nye beregnede verdien for VaR ikke må være dårligere enn tidligere beregnet beste verdi pluss T, som angir et avvik i størrelsesorden 10 % i første runde av optimeringsprosessen. Verdien T vil reduseres når man gjentar prosessen i neste runde.

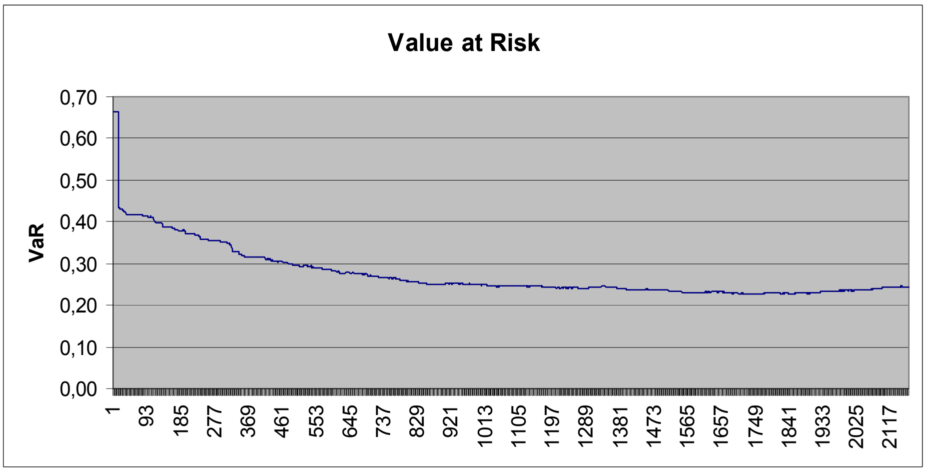
Prosessen med å velge to vilkårlige aktiva gjentas 1000 ganger med samme T verdi. Så vil man velge en mindre verdi for T (5 % i andre runde, 2 % i tredje, så 1 %, ½ % og til slutt 0). Da har man til slutt forhåpentlig vis kommet frem til en portefølje som er optimert med tanke på VaR, og som gir bedre avkastning enn andre porteføljer man kan velge blant aksjene i indeksen.

Ettersom man i denne prosessen har simulert 6000 kjøp og salg av aksjer i porteføljen, er det nok til å justere inn eventuelle ugunstige startfordelinger man pådrar seg i LPM utvelgelsen.

11.3 Resultater

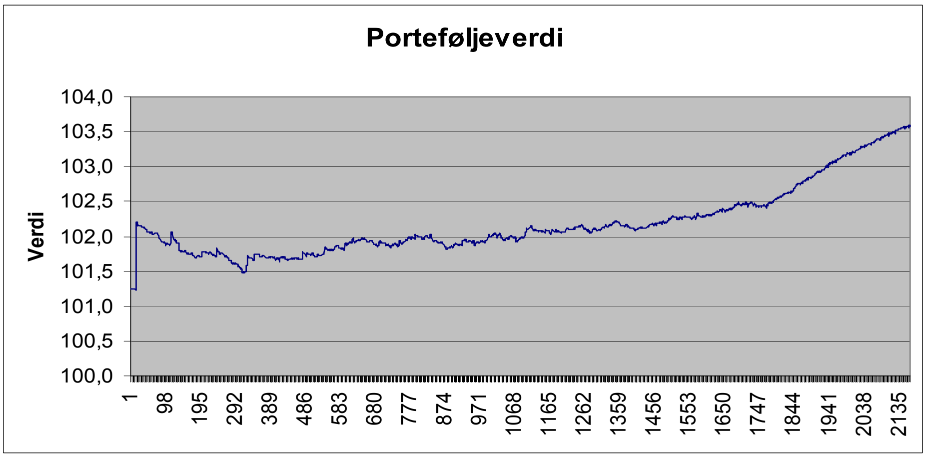
Vi begynner med en verdi på 100 som skal investeres i aksjer notert ved Oslo Børs, og følger verdiutviklingen i porteføljen over en periode på et halvt år. Dette gjøres dog med simulerte aksjekurser, slik at dette ikke er noen virkelig test på metodens optimeringspotensial.

Man vil under den heuristiske prosessen beregne både porteføljeverdi og VaR for alle sammensetninger av porteføljen. Det man får ut av dette er en serie med verdier som kan fremstilles grafisk for bedre å forstå prosessen som optimerer porteføljen. I dette tilfellet er hver runde redusert til 400 kjøp og salg på grunn av begrensninger i antallet verdier i grafen, slik at man har 2400 observerte verdier for VaR og porteføljeverdi i stedet for de 6000 verdiene som blir beregnet i den opprinnelige prosessen.



Figur 3: Utviklingen av VaR ved TA heuristisk optimering.

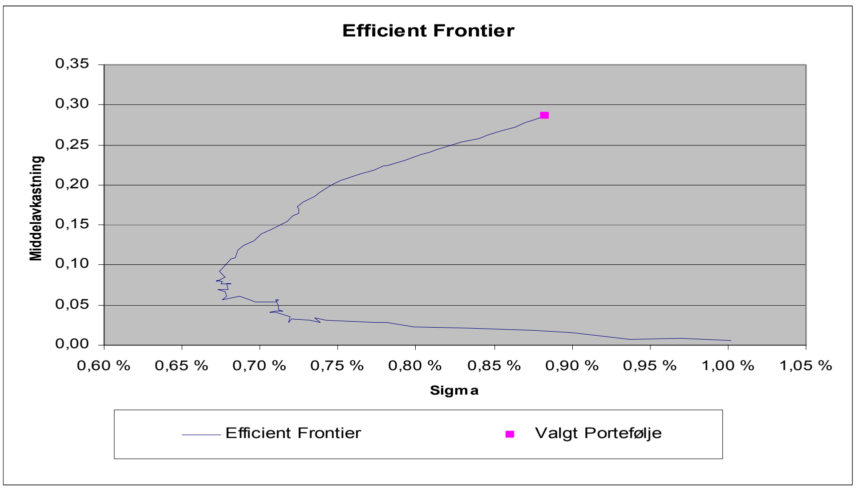
Vi ser i Figur 3 hvordan utviklingen i VaR for porteføljens forløper etter hvert som den heuristiske prosessen forløper. Til å begynne med synker VaR hurtig, men vil etter hvert reduseres gradvis til man når minimum, for mot slutten å øke igjen. Når man etter hvert får en liten økning i VaR på slutten av optimeringsprosessen, skyldes det at avkastningen øker, og derfor får man større risiko. Minste verdi for VaR finner vi etter omtrent 1750 variasjoner.



Figur 4: Utviklingen av porteføljeverdi ved TA heuristisk optimering.

Ser man på porteføljens verdiutvikling fremstilt i Figur 4, vil porteføljeverdien variere noe opp og ned til å begynne med, før den øker mot slutten av optimeringsprosessen. Vi ser en antydning til at verdiveksten flater ut mot slutten av optimeringen. Porteføljens sannsynlige verdi vil altså øke når man optimerer med hensyn på VaR. Vi prøver altså stadig nye sammensetninger av porteføljen, men dersom ingen av testene gir lavere verdi for VaR, vil man returnere til den forrige sammensetningen av porteføljen, altså den som har gitt den laveste verdien for VaR.

Dersom man beregner midlere avkastning og varians under optimeringen, kan man se fra Figur 5 hvordan man under prosessen vil redusere porteføljens varians samtidig som man øker midlere avkastning. Når porteføljens varians avtar til minimum og deretter øker igjen, vil man kunne legge sin portefølje hvor som helst langs den siste delen av kurven, og man vil da være på det som kalles ”Efficient frontier”, hvor avkastningen er maksimert i forhold risiko.

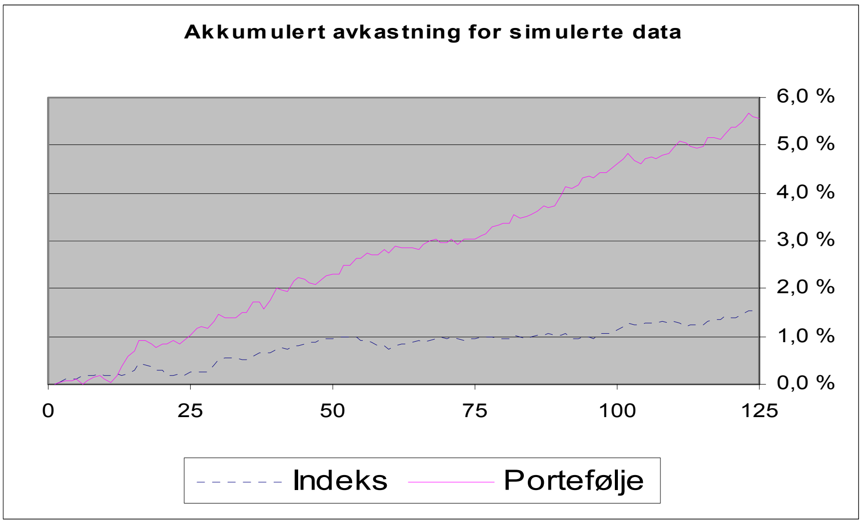


Figur 5: Grafisk fremstilling av Efficient Frontier.

Man velger den porteføljen som passer til den investeringsprofil man velger. Dersom stigningen i kurven flater ut, vil det være forholdsmessig mindre å tjene på å øke risikoen. Da vil man være bedre tjent med å redusere risikoen igjen.

11.4 Verdiutvikling

Sammenligner man avkastningen på den optimerte porteføljen og indeksen over tid det påfølgende halvår, vil man i Figur 6 kunne se at porteføljen har en tydelig meravkastning i forhold til indeksen i løpet av de 125 simulerte handledagene. Handelskostnader er ikke inkludert i denne priskurven, men det er ikke gjort løpende handler, alle aksjer er kjøpt ved starten av perioden.



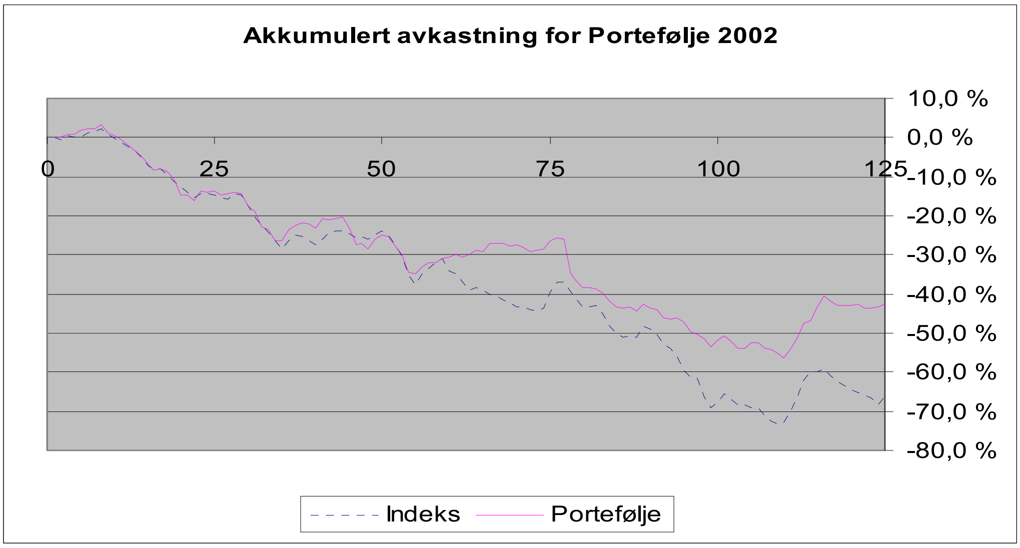
Figur 6: Akkumulert avkastning for indeks og portefølje

Det vil si at optimeringsprosessen hjelper oss med å plukke aksjer som gir høyere avkastning over en periode på et halvt år, basert på et halvt års historiske data før utvelgelsen av aksjene. Samtidig vil man redusere porteføljens varians, det vil si at risikoen for tap reduseres. Man må dog huske at dette gjelder for simulerte data, og er ikke i samsvar med den virkelige avkastningen på Oslo Børs i 2002.

Med dette har jeg konstruert og prøvd ut en metode som optimerer sammensetningen av en aksjeportefølje, og vist at den er effektiv i bruk for en liten portefølje aksjer med simulerte kurser. Neste skritt vil være å utvide modellen til å kunne større håndtere store mengder med virkelige aksjekurser.

12 Tester med virkelige data

Denne modellen blir først virkelig interessant dersom man gjør noen tester med virkelige data. Nå er ikke dagens børsutvikling noe videre positiv, men skal likevel optimere en portefølje med utgangspunkt i 37 aksjer fra Selskapets portefølje den 31.12.01. Aksjekursene fra alle de 37 børsnoterte selskapene er hentet inn fra 14.11.01 til 11.11.02. Dette utgjør 249 observasjoner av daglig avkastning. Utvelgelsen av aksjer baserer seg på data fra de første 124 dagene, og vi sammenligner den valgte porteføljen med indeksens verdiutvikling de neste 125 dagene fram til 11.november 2002. Resultatet er fremstilt i Figur 7.



Figur 7: Akkumulert avkastning for virkelige data fra Oslo Børs, 2002

Jeg bruker den samme prosessen som beskrevet i kapittel 10, og ender opp med en porteføljesammensetning hvor vi taper 42 % av verdien, i motsetning til omtrent 67 % reduksjon i indeksens verdi over 125 dager.

Som figur 7 tydelig viser, er det mye å hente ut i forbedrede egenskaper for porteføljen dersom man foretar en slik optimering. Avkastningen for porteføljen er mye bedre enn for benchmark, og det bare etter en enkel optimeringsrunde. Dersom denne metoden hadde vært utvidet til å omfatte løpende justeringer av porteføljen, ville vi trolig hatt enda bedre resultater å vise til. Dette er enkelt å implementere, men det vil innebære at forvaltningskostnadene vil øke. Derfor vil da være nødvendig å inkludere handelskostnader i analysen.

13 Risikomålinger for obligasjoner

En stor del av porteføljen til Selskapet består av obligasjoner. Dersom man skal beregne risiko for slike aktiva, er det ulike faktorer som spiller inn i risikovurderingen enn ved risikoberegninger for aksjer. Prisen på aktiva med fast obligasjonsrente vil være avhengig av risikoprisingen, såkalt spread. I tillegg vil økende rente på nyutstedte obligasjoner redusere verdien av eksisterende obligasjoner. Andre typer aktiva, for eksempel oppsigelige obligasjoner, inneholder opsjoner som gir skjev avkastningsfordelingen over den perioden man holder obligasjonen.

13.1 Risk Factor Analysis

Bakgrunnen for denne metoden er at obligasjonene er følsomme for forandringer i de underliggende risikofaktorene. Når en risikofaktor forandrer seg, vil prisen på obligasjonen endres i takt med risikofaktoren, avhengig av følsomheten for forandringene. Det er mulig å estimere prisvariasjon for obligasjoner dersom man forstår hvordan risikofaktorene påvirker prisen. Dersom man kan forutsi noe om risikofaktorene, kan man også forutsi prisforandringer for obligasjonene.

Ved å analysere risikofølsomhet og statistiske avkastningskarakteristikker kan man balansere en portefølje slik at verdien av porteføljen vil forandre seg slik vi forutsetter at den vil gjøre. Man må altså være sikker på at verdien av porteføljen forandrer seg slik den observerte risikofaktoren indikerer.

Dersom man har en obligasjonsportefølje bestående av et visst antall obligasjoner, vil man sammenligne denne porteføljen med benchmark med samme fordeling av de forskjellige typer obligasjoner. Her er det viktig at man har god variasjon i forfallstiden for obligasjonene slik at benchmark er sensitiv til forandringer i renteforandringer over hele analyseperioden.

For å få bedre oversikt over porteføljen og benchmark, vil det være hensiktsmessig å dele obligasjonen inn i fire klasser basert på forfallstid. Første klasse fra 0 - 2 år, neste fra 2 – 5 år, så fra 5 – 10 år og til slutt 10 år +. Slik kan man finne ut om porteføljen er over eller undervektet i noen klasser, og dermed enkelt rette opp uønskede fordelinger.

Det er mange risikofaktorer som vil påvirke obligasjonsprisene, men noen av de viktigste er renteutviklingen (Yield), risikopremien (Spread), og valutarisiko ved kjøp av utenlandske obligasjoner[14].

13.2 Spread Risiko

Spread er den ekstra risikopremien en investor vil kreve for å investere i obligasjoner som har en viss sannsynlighet for å misligholdes. Spreaden vil forandres over tid fordi konkurssannsynlighetene vil forandre seg. Man beregner spread som differansen mellom markedsprisen og den teoretiske prisen på obligasjonen. Ettersom obligasjoner ikke handles like ofte som aksjer, vil ikke markedsprisen alltid være lett å finne.

De enkelte obligasjoners sensitivitet for spread øker med hvor lang obligasjonens gjenværende levetid er. Obligasjoner med lang levetid vil være mer sensitive for endringer i spread enn obligasjoner med kort levetid igjen. I tillegg vil spread være forskjellig fra sektor til sektor.

13.3 Estimated Tracking Error

Som mål på den risikoen vi har ved å investere i obligasjoner kan man benytte både VaR og "Estimated Tracking Error", ETE. VaR er vanligvis brukt som mål på risiko over korte tidsintervall, mens ETE kan brukes som risikomål for lengre perioder, noe som passer bedre for obligasjoner. For å beregne ETE må man finne volatilitet for rentekurvene for 5 år tilbake i tid med månedlig sampling, og så legge til spreadkurvens volatilitet for å kunne håndtere begge typer risiko. Deretter må man generere kovariansen mellom rentekurvene til de ulike obligasjonsklassene, basert på ett års ukentlige samplinger av rentekurvene.

Når man har funnet de statistiske dataene, beregner man ETE som standardavviket av differansen mellom avkastningen til porteføljen og benchmark. ETE angir hvor mye prisen på obligasjonene i porteføljen vil avvike fra benchmark. Dermed har man et godt mål på hvordan verdiutviklingen på obligasjonene blir basert på forandringene i risikofaktorene.

14 Diskusjon

Selskapet besitter en forholdsvis stor portefølje bestående hovedsakelig av obligasjoner og kontanter. I tillegg vil det være en liten andel aksjer i porteføljen. Det kunne vært interessant å finne den optimale fordelingen mellom disse aktivaklassene, men ettersom det er lagt begrensninger på andelen aksjer på 10 %, vil det ikke gies store rom for variasjoner. Hovedhensikten med porteføljeforvaltningen er å sikre avkastning på verdiene ved å satse på en konservativ, langsiktig investeringsprofil. Det har vist seg å være fornuftig den siste tiden.

Men dersom man vil ha litt mer avkastning enn den generelle markedsavkastningen, kan man gjøre det uten å påføre seg så mye ekstra risiko. Det er da viktig å foreta en nøye utvelgelse av aksjer. Ved å velge en sammensetning som har de rette statistiske egenskapene, kan man generere en meravkastning uten å øke risikoen. Det har jeg vist gjennom den enkle optimeringsmetoden som har blitt implementert.

Resultatene er ikke 100 % korrekte, ettersom en slik modell må inneholde mange flere faktorer for å være nøyaktig. For eksempel vil det være naturlig å inkludere handlekostnader og uforutsette hendelser. Men modellen gir en god indikasjon på at det er et potensial for å få til en meravkastning uten å øke risikoen ved å endre sammensetningen av porteføljen.

Modellen jeg har implementert er enkel og ikke beregnet til å foreta store analyser. Men den er lett å utvide til å foreta omfattende analyser med større datautvalg, samt gjøre løpende kjøp og salg for dermed å optimere aksjeporteføljen enda bedre. Modellen er programmert i Microsoft Visual Basic og dataene taes ut i Excel. Dette fungerer godt som en test for implementeringen. Da vi har få aksjer i benchmark og i porteføljen, er det ingen problemer med prosesseringstid. Men man trenger kraftigere verktøy når man utvider datagrunnlaget til å gjelde alle aksjer på Oslo Børs. En implementering i MatLab kan være løsningen.

Modellen for obligasjonsprisingen er kun en teoretisk beskrivelse av hvordan man kan gjøre dette. Ettersom risikoen for obligasjoner er forskjellig fra risikoen for aksjer, vil man trenge en metode som tar hensyn til dette. Det er mer langsiktige trender som vil være avgjørende for hvordan vi verdsetter obligasjonene til enhver tid. I tillegg er markedet for obligasjoner mindre likvid, så det er flere faktorer som man må ta hensyn til.

15 Konklusjon

Dersom man skal kunne trekke en konklusjon ut i fra dette, må det være at det er et stort potensial i å optimere en portefølje med den metoden jeg har beskrevet. Om metoden er nøyaktig, vil være begrenset av hvilke risikofaktorer vi greier å implementere i modellen. Resultatene fra det siste halve året med virkelige data fra 37 aksjer notert på Oslo Børs, viser at med denne metoden ville man redusere tapet betydelig i forhold til indeksen.

Det finnes sikkert bedre metoder for å optimere en portefølje. Disse kan man få tilgang til dersom man investerer i profesjonell programvare. Der vil mange flere slike modeller være tilgjengelig, slik at man kan velge den som passer til sitt formål. Men det er naturlig nok en fordel å forstå hvilke metoder som ligger til grunn for slike modeller, og å vite litt om risiko og Value at Risk. Og det er det som har vært hovedhensikten med denne oppgaven.

Referanseliste

[1] Nordenfjeldske Personforsikring AS, Årsrapport 2001

[2] Norges Bank hjemmesider på Internett; www.norges-bank.no
Petroleumsfondets temasider

[3] A brief history to downside risk measurement.
David Nawrocki, Villanova University, Arcola, Pennsylvania, USA.

[4] Return to RiskMetrics; The evolution of a standard
RiskMetrics Group, New York.
Jorge Mina & Jerry Yi Xiao, April 2001.

[5] Calculating VaR through Quadratic Approximations.
RiskMetrics Group, New York. RiskMetrics Journal, Vol. 1, www.riskmetrics.com
Jorge Mina.

[6] Enterprise-wide Asset Liability Management, Issues, Institutions and Models.
Rosen & Zenios, 2001, HERMES Center on Computational
Finance & Economics, University of Cyprus, Nicosia, Cyprus.

[7] Risk management: A Practical Guide,
RiskMetrics Group, New York. www.riskmetrics.com

[8] Stochastic Programming Models for Asset Liability Management.
Kouwenberg & Zenios. HERMES Center on Computational Finance & Economics, University of Cyprus, Nicosia, Cyprus, 2001.

[9] Tracking corporate bond indices in an integrated market and credit risk environment. Jobst and Zenios. HERMES Center on Computational Finance & Economics, University of Cyprus, Nicosia, Cyprus, 2001.

[10] Extending credit risk (pricing) models for the simulation of portfolios of interest rate and credit risk sensitive securities. Jobst and Zenios. HERMES Center on Computational Finance & Economics, University of Cyprus, Nicosia, Cyprus, 2001.

[11] A Heuristic Approach to Portfolio Optimization, Gilli og Këllezi, University of Geneva, 2000

[12] Tailoring Asset Allocation to the Individual Investor.
David Nawrocki, Villanova University, Arcola, Pennsylvania, USA.

[13] Portfolio Optimization, Heuristics, and the “Butterfly Effect”.
David Nawrocki, Villanova University, Arcola, Pennsylvania, USA.

[14] Bond portfolio risk, factor analysis & construction.
SimCorp, Danmark. www.simcorp.com