

**TIØ 4700**  
**Investering, finans og økonomistyring**

# **Prediksjon av forwardpriser i det nordiske kraftmarkedet**

**Desember 2003**

**Ingrid Ørbeck Vallevik**  
**Sandra Marie Øyan**

INSTITUTT FOR INDUSTRIELL ØKONOMI OG TEKNOLOGILEDELSE  
NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET

## Forord

Denne rapporten er utarbeidet i høstsemesteret 2003 av to sivilingeniørstudenter ved institutt for industriell økonomi og teknologiledelse, og er et fem vekttalls prosjektarbeid innen fordypningsemnet TIØ 4700 Investering, Finans og Økonomistyring.

Vi vil takke Karl Ludvig Refsnæs fra SKM Market Predictor AS samt Gunnar Aronsen og Bernard Kvaal fra TrønderEnergi AS for data og gode tips og råd underveis. En stor takk rettes også til vår veileder Stein-Erik Fleten for god veiledning og mange innspill.

Trondheim, 08.12.2003

---

Ingrid Ørbeck Vallevik

---

Sandra Marie Øyan

## Sammendrag

Det nordiske kraftmarkedet er vannkraftbasert. Prisene på Nord Pool vil til enhver tid påvirkes av hvor mye energi man forventer å disponere i tiden som kommer. Værvarsel og hydrologisk balanse er to viktige kilder til informasjon om fremtidig tilgjengelig energi. Denne prosjektoppgaven ser på muligheten for profitt gjennom å utnytte informasjonen i værvarselet til å predikere endringer i forwardpriser.

Med utgangspunkt i historiske data for priser og værvarsel benytter vi ikke-lineær regresjon til å lage en modell for endring i forwardprisen i tidsrommet fra markedet stenger til åpning dagen etter. Vi ser på prisendring på forwardkontrakter for sesonger. Året deles inn i tre perioder av ulik lengde. For å ta høyde for at værvarselet har ulik innvirkning på prisene avhengig av tidspunkt på året og for hver periode er det de to nærmeste forwardkontraktene som blir undersøkt. I modellen anvendes følgende data fra værvarselet; nedbør, endring i nedbør fra forrige varsel, temperatur, endring i temperatur fra forrige varsel samt hydrologisk balanse i systemet.

Modellen gir en forklaringsgrad ( $R^2$ ) som varierer mellom 0,16 og 0,63 for de ulike kontraktene og periodene. Selv om forklaringsandelen for enkelte av periodene er relativt stor, er standardavviket for residualleddet stort i alle periodene og for alle kontraktene. Dette medfører at det er stor usikkerhet i de predikerte verdiene for forwardprisendringen.

Våre valg angående utforming av modellen har innvirkning på resultatene vi får. Mulige endringer som kan forbedre modellen og redusere usikkerheten kan være:

- Legge inn forventet nedbør/temperatur for den tiden på året man er i slik at værvarselet gir en indikasjon på avvik fra normalen
- Foreta en finere inndeling av perioder slik at man får perioder der påvirkning av værvariablene er likere
- Legge inn hvor mye av den forventede nedbøren som faktisk kommer (statistikk for forrige døgn)

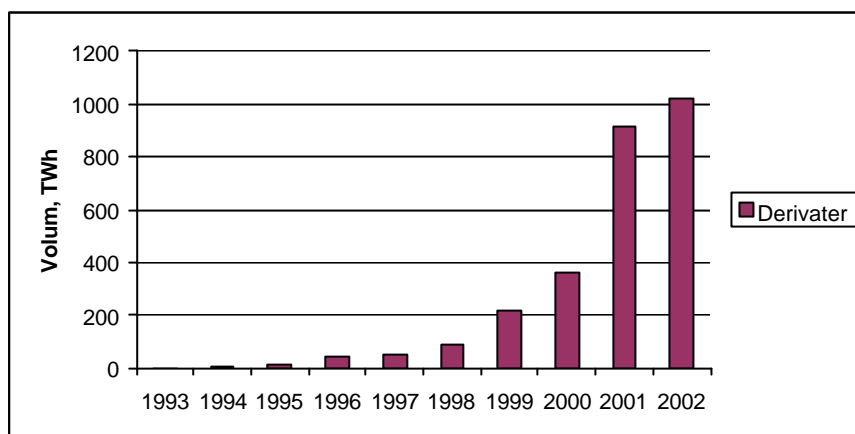
Usikkerheten i modellen kan også forklares med at finnes ikke-værrelaterte variabler som har betydelig påvirkning på prisutviklingen. Endringer i den samlede energimengden tilgjengelig i Nord Pool-området (for eksempel utfall av kjerne- og kullkraftverk) og overføringskapasitet i nettet er faktorer som kan bli vurdert tatt med i en modell for å gi en bedre prediksjonsevne.

## Innholdsfortegnelse

1	INNLEDNING .....	1
2	SÆRTREKK VED ENERGIPRISER.....	2
2.1	Lagringsmulighet .....	2
2.2	Mean-reversion.....	2
2.3	Volatilitet.....	2
2.4	Ekstrempriser.....	3
2.5	Sesongvariasjoner.....	3
2.6	Forwardpriser .....	3
3	VÆRMELDING .....	5
3.1	Modeller for rådata .....	5
3.2	Konvertering av rådata til varsel .....	5
3.3	Hendelsesforløp.....	6
4	KRAFTMARKEDET .....	7
4.1	Effisiens.....	7
4.2	Informasjon i markedet.....	7
4.3	Risikopremie .....	8
4.4	Tradingstrategier.....	8
4.4.1	Spekulasjon .....	8
4.4.2	Hvordan man kan profitere på trading.....	9
5	BAKGRUNN FOR MODELLEN .....	10
5.1	Værvarsel som beslutningsparameter.....	10
5.2	Hydrologisk balanse.....	11
5.3	Sesongkontrakter.....	11
5.4	Inndeling av sesonger.....	12
5.4.1	Periode 1 .....	12
5.4.2	Periode 2.....	13
5.4.3	Periode 3.....	13
5.5	Trading.....	14
5.6	Datagrunnlaget.....	15
5.7	Suksesskriterier .....	15
5.8	Ulike modeller som ble prøvd .....	16
6	PRESENTASJON AV MODELLEN .....	18
6.1	Periode 1.....	18
6.1.1	Sommer.....	18
6.1.2	Vinter2 .....	20
6.2	Periode 2.....	22
6.2.1	Vinter1 .....	23
6.2.2	Vinter2 .....	25
6.3	Periode 3.....	26
6.3.1	Vinter1 .....	26
6.3.2	Sommer.....	28
7	DISKUSJON.....	30
7.1	Forklaringsvariable .....	30
7.2	Utforming og spesifisering av modellen.....	31
7.3	Datagrunnlaget.....	31
8	KONKLUSJON .....	33
9	REFERANSELISTE.....	34
	VEDLEGG 1: Datamateriale pris .....	35
	VEDLEGG 2: Datamateriale værvarselsdata.....	37
	VEDLEGG 3: Utprøving av ulike modeller.....	38

## 1 INNLEDNING

Dereguleringen av det nordiske energimarkedet begynte i Norge med Energiloven som trådte i kraft i 1991. Forwardmarkedet ble opprettet av Nord Pool (da Statnett Marked AS) i 1993 for kontrakter med fysisk levering. I 1997 ble de finansielle forwardkontraktene introdusert på børsen. Figur 1.1 viser utviklingen av derivatmarkedet på Nord Pool siden 1993. Som vi ser av figuren er markedet blitt mer likvid de senere årene. Dette vil være en fordel for aktører som ønsker å delta i markedet, da det vil være lettere å komme seg inn og ut av posisjoner.



Figur 1.1 Omsatt volum av derivater på Nord Pool

Det nordiske kraftforsyningssystemet er i stor grad vannkraftbasert og været vil være en viktig forklaringsfaktor for spotprisen og prisen på de finansielle kontraktene.

Denne prosjektoppgaven vil se på muligheten av å lage en modell som på bakgrunn av historiske prisdata og et 10-døgns værvarsel kan si noe om forventet prisendring på forwardkontraktene for sesongene. En modell som med stor sikkerhet kan predikere riktig prisendring på forwardkontraktene muliggjør profit.

Rapporten vil først gi en kort innføring i spesielle egenskaper ved energipriser og hvordan værvarselet er utarbeidet. Vi vil videre beskrive trekk ved markedet og hvordan man kan tjene penger på spekulasjon. Deretter følger forklaring av de valg som ligger til grunn for modellen vi kommer frem til og beskrivelse av de resultatene modellen gir. Siste del av rapporten diskuterer hvilke faktorer som med fordel kunne vært inkludert i en modell for prisprediksjon og mulige forbedringer av modellen vår.

## 2 SÆRTREKK VED ENERGIPRISER

I dette kapittelet ønsker vi å gi en kort oversikt over noen av faktorene som påvirker prisen på forwardkontrakter i det nordiske kraftmarkedet.

### 2.1 Lagringsmulighet

Elektrisitet er et produkt som ikke kan lagres, produksjon og forbruk skjer samtidig. Det er også betydelige begrensninger i mulighetene for transport av elektrisitet fra et område til et annet. For forbruket vil samtidighet med produksjon og overføringsbegrensninger bety at arbitrasjemuligheten vil være tilnærmet lik null [Lucia og Schwartz, 2002].

I et vannkraftbasert system, som det nordiske markedet, kan produsentene lagre elektrisitet indirekte i vannmagasinene, mens sluttbrukerne står uten lagringsmuligheter [Gjølberg og Johnsen, 2001]. Produsentene står likevel overfor problemet om hvordan de best skal disponere den lagringskapasiteten de har tilgjengelig i forhold til etterspørselen i markedet. En utfordring er at forbruket og tilsiget svinger i utakt over året. Denne utfordringen møtes ved å tære på magasinene i perioder med lite tilsig og høy etterspørsel.

### 2.2 Mean-reversion

I *Energy Risk* (1998) forsvarer Pilipovic mean-reversion som den best egnede metoden for å modellere energipriser. Denne påstanden finner støtte i flere publiserte artikler om energipriser. Mean-reversion betyr at man vil ha svingninger på kort sikt, men på lang sikt vil prisen dras mot en likevekt. Dette begrunnes med at ved høye priser vil produsenter med høye kostnader entre markedet og prisen vil presses ned igjen. Man vil få tilsvarende effekt ved lave priser; produsentene med de høyeste kostnadene vil gå ut av markedet og prisene vil øke.

### 2.3 Volatilitet

Endringen i energiprisene er stokastiske og volatiliteten angir styrken/størrelsen på disse endringene. Ofte modelleres volatiliteten som konstant, selv om den i seg selv kan være volatil og bør modelleres som en kombinasjon av tidsvarierende og stokastiske ledd [Pilipovic, 1998].

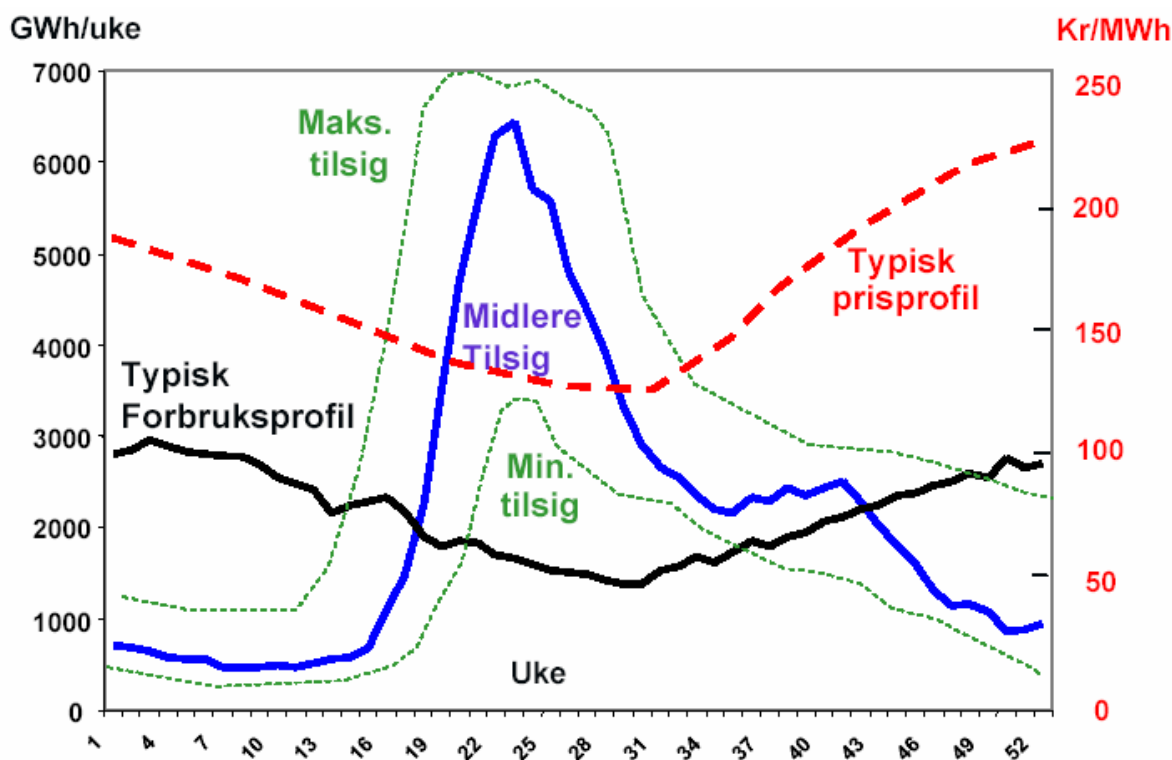
Energimarkedet karakteriseres av høy volatilitet i spotprisen. Lucia og Schwartz (2002) finner et årlig snitt på 189 % for perioden 1993 til 1999. Forwardprisen viser en signifikant nedgang i volatilitet for kontrakter med lengre tid til innløsning. Disse egenskapene til energiprisene kan forklares av begrensninger i lagringskapasitet [Pilipovic, 1998].

## 2.4 Ekstrempriser

Ekstrempriser opptrer relativt hyppig i energimarkedet. Lucia og Schwartz (2002) finner en kurtosis på 3,5 for elspot i perioden 1993 til 1999, mens en normalfordeling ville tatt en verdi på 3. Dette indikerer en høyere sannsynlighet for ekstrempriser i energimarkedet enn normalfordelingen skulle tilsi. Den samme undersøkelsen viser en positiv skewness (forskyvning/skjevhet), noe som betyr at sannsynligheten for høye ekstrempriser er større enn sannsynligheten for lave.

## 2.5 Sesongvariasjoner

Forbruket av elektrisitet i Norden er preget av sesongvariasjoner over året, der forbruket er klart størst på vinterhalvåret grunnet stort innslag av elektrisk oppvarming. Tilsiget til vannmagasinene vil også være sesongavhengig med en topp på sensommeren/høsten og lite om vinteren. Kombinasjonen av høyt forbruk og lavt tilsig om vinteren og tilsvarende lavt forbruk og høyt tilsig om sommeren fører til sesongvariasjoner i elektrisitetsprisene.



Figur 2.1 Sesongvariasjoner i tilsig og forbruk [Statkraft]

## 2.6 Forwardpriser

Som nevnt i tidligere kapittel har elektrisitet den karakteristikkene at den har minimal lagringskapasitet. Dette fører til at arbitrasjepriippet som ligger til grunn for forwardprisingen i kapitalmarkedet ikke kan benyttes her. Forwardprisen blir i stedet et resultat av etterspørsel etter hedging og spekulasjon. Hedging er produsentenes og

storforbrukernes markedsaktivitet for å sikre seg mot store prisendringer i markedet. Spekulanter går inn på begge sider avhengig av hvilken vei de forventer at prisen skal gå og deres evne/vilje til å påta seg risiko [Fleten og Lemming, 2001].



### **3 VÆRMELDING**

Med et kraftmarked som i stor grad er basert på vannkraft er prisene til enhver tid sterkt avhengige av den hydrologiske tilstanden i systemet. Innholdet i vann- og snømagasin vil endres over året som følge av produksjon og tilsig. Tilsiget vil komme som nedbør eller som følge av snøsmelting. Markedets muligheter for å forutsi disse endringene i systemet stammer fra kjennskap til sesongsvingninger og å bruke værvarsler. Vi skal i dette kapittelet se nærmere på de værvarslene som kraftbransjen benytter for å forutsi utviklingen i systemet.

#### **3.1 Modeller for rådata**

Det finnes ulike leverandører av rådata til de værvarslene som benyttes av kraftbransjen. En av de mest brukte modellene er EC-modellen som varsler for ti døgn. Den har en avstand på 39 km mellom gridpunktene og dekker hele jordkloden [[www.ecmwf.int](http://www.ecmwf.int)].

Det finnes også andre modeller som HIRLAM og andre LAM-modeller, men disse dekker et begrenset geografisk område. Den amerikanske GFS-modellen dekker et lengre tidsrom, 16 døgn, men har dårligere oppløsning. Den er mye brukt i Norden, men har historisk dårligere treff enn EC-modellen. De fleste aktørene i markedet benytter seg av 10-døgns varselet basert på rådata fra EC-modellen og det er også dette varselet vi bruker i denne oppgaven. SMHI i Sverige er en mye brukt leverandør av EC-data. Tallmaterialet blir der gjennomgått av en meteorolog for kvalitetssikring.

#### **3.2 Konvertering av rådata til varsel**

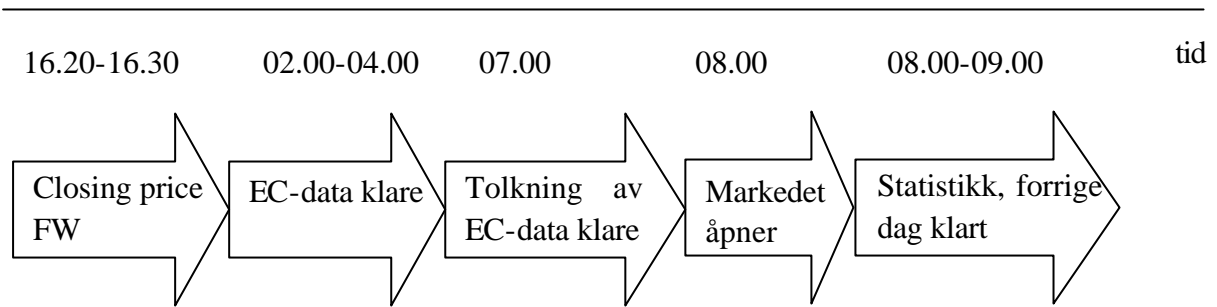
Nordiske kraftprodusenter har i stor grad tilgang til de samme rådataene, og det vil være konverteringen av disse til varsler som er ulik for de forskjellige aktørene. EC-modellen gir værvarselsdata for ulike enkeltpunkter, og for å få et kontinuerlig varsel må man interpolere mellom disse. Det at man får prognoser kun for gridpunkter er den største svakheten til modellen. Topografiske forskjeller blir ikke tatt hensyn til, noe som kan føre til feilprognoser.

For nedbør vil varslene være i millimeter og må derfor konverteres til GWh, såkalt nedbørsenergi. Konvertering av data må ta hensyn til hvor nedbøren faller med tanke på tilsigsområder og produksjonspotensial.

De største selskapene har utviklet egne modeller for behandling av rådataene. Mindre aktører kjøper gjerne tjenesten av ulike firmaer som har spesialisert seg på å utvikle modeller for nettopp dette. Disse firmaene leverer tjenester hvor kraftselskapene får utarbeidet et varsel på bakgrunn av rådata sammen med en rekke egne spesifikasjoner. Ut fra hvordan man behandler rådataene vil de ulike aktørene i markedet kunne få en ulik forventning om værforholdene fremover. Mange kraftselskaper kjøper data fra flere steder, da ulike leverandører, etter deres erfaring, gir gode prognoser etter ulike kriterier.

### 3.3 Hendelsesforløp

Figuren under viser en skisse av hendelsesforløpet når det gjelder værvarsel. Tidsangivelsene for værdataene er oppgitt som cirkatider norsk tid og vil kunne variere fra dag til dag og selskap til selskap.



**Figur 3.1 Hendelsesforløp for værvarsel**

## 4 KRAFTMARKEDET

I dette kapitlet vil vi se nærmere på blant annet markedseffisiens, informasjonsflyt og hvordan man kan profitere på spekulasjon i markedet.

### 4.1 Effisiens

Et marked sies å være effisient dersom prisene reflekterer all tilgjengelig informasjon. Denne definisjonen er for generell til at den kan empirisk testes, derfor delte Eugene Fama i 1970 opp markedseffisiens i tre former for å lettere kunne teste denne:

- Svak – All historisk prisinformasjon er inkludert i prisene
- Middels - All offentlig tilgjengelig informasjon er inkludert i prisene (inkluderer også svak form)
- Sterk - All informasjon (også privat / innside) er inkludert i prisene (inkluderer også svak og middels sterk form)

Fama setter videre opp tre kriterier som er tilstrekkelige for at man skal ha et effisient kapitalmarked; ingen transaksjonskostnader ved handel av verdipapir, all informasjon er kostnadsfri og tilgjengelig for alle markedsaktørene, og alle aktørene er enig i hvordan informasjonen påvirker spotprisene og futureprisene for verdipapirer. Det er klart at et marked beskrevet av de tre kriteriene ikke eksisterer i praksis. De tre kriteriene er *tilstrekkelige*, men ikke *nødvendige* for å ha et effisient marked.

I sin artikkel fra 2001 fremhever Gjølberg og Johnsen karakteristikker ved futureprisene på Nord Pool som støtter hypotesen om at det er et *ikke-effisient* marked. Likevel påpeker de at det er vanskelig å si noe sikkert om dette og at det kan være andre forklaringer på deres resultater. De kan kanskje forklares med at det eksisterer markedsrett eller at markedet fortsatt er så ungt at det ikke gjenkjenner når prisene er utenfor rasjonelle grenser. En annen mulighet som nevnes i artikkelen er at modellene for vannverdier som benyttes av de store produsentene, er utarbeidet i en tid da det ikke eksisterte et futuremarked og dermed kan de estimerte vannverdiene få en annen verdi enn markedsverdien. Konklusjonen de trekker er at det må gjøres videre undersøkelser før det kan sies noe sikkert om markedseffisiensen på Nord Pool.

### 4.2 Informasjon i markedet

En kan generelt anta at det koster penger å skaffe til veie informasjon for bruk i markedet. For eksempel vil det være en kostnad knyttet til det å anskaffe værvarslingsdata. Likevel kan man regne med at de aktørene som er tilstede på Nord Pool er av en slik størrelse at de har en viss oversikt over den informasjonen som har betydning for markedsprisene og hvor de kan få tak i den.

Aktører på Nord Pool har meldeplikt om det skulle skje store endringer i den fysiske delen av markedet. Man vil kontrollere at meldeplikten overholdes ved å sjekke om den som melder fra om endringer med stor innvirkning på kontraktsprisene har inntatt gunstige posisjoner i tidsrommet rett før resten av markedet ble informert. Et eksempel på informasjon som kan påvirke sesongprisene kan være planlagte revisjoner av kjernekraftverk eller informasjon om feil en vil bruke måneder på å rette opp.

Selv med lik tilgang på informasjon, er det ikke gitt at aktørene vil ha samme oppfatning av hvordan denne påvirker prisene. Ulike tradere kan ha ulik mening om hvilke faktorer som vil ha størst innvirkning på prisen.

### **4.3 Risikopremie**

Markedspris på risiko, eller *risikopremien* til en investering, er knyttet til den avkastning investorene forventer når de påtar seg risiko. I kraftmarkedet er denne risikopremien *differansen mellom forventet spotpris og markedsprisen i forwardmarkedet* og den sier noe om hvordan produsenter og sluttbrukerselskaper ønsker å sikre seg mot prissvingninger.

Hvilken forventning man har til risikopremien vil være avhengig av om man har en overvekt av aktører som vil sikre en lang posisjon eller aktører som vil sikre en kort posisjon. Er det en overvekt av risikoaverse produsenter ville man kunne forvente en positiv risikopremie slik at forwardprisen ligger under den forventede spotprisen. I det motsatte tilfellet; en overvekt av risikoaverse sluttbrukerselskaper, ville man kunne forvente en negativ risikopremie.

I sin hovedoppgave fra NTNU våren 2003 presenterer Bernseter en hypotese om at det for forwardkontrakter som ligger nært i tid vil være en negativ risikopremie på grunn av at sluttbrukerselskapene ønsker å sikre sine leveringer. Han finner støtte for denne hypotesen i empiriske data hentet fra Nord Pool.

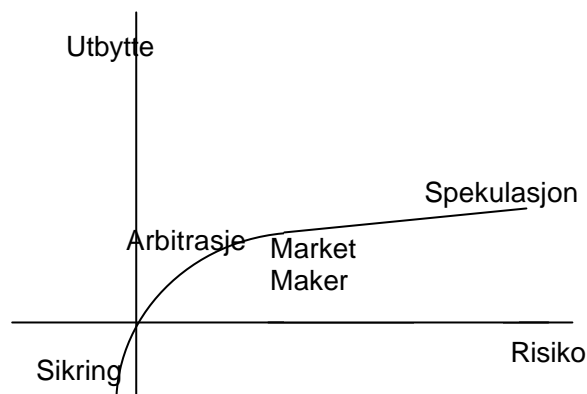
### **4.4 Tradingstrategier**

Pilipovic (1998) definerer fire hovedgrupper av tradingstrategier; spekulasjon, arbitrasje, market maker og sikring. De ulike strategiene er delvis overlappende, men representerer ulike avveininger mellom risiko og avkastning. Som figur 4.1 viser, er spekulasjon, arbitrasje og market making profittgenererende strategier, mens sikring er ren risikostyring. Oppgaven vil gå nærmere inn på spekulasjon og *ikke* risikostyring.

#### **4.4.1 Spekulasjon**

Spekulasjon er en tradingstrategi hvor man ved å ta stor risiko forventer tilsvarende store gevinster. Tradere som handler etter denne strategien er som regel markedsdrevne, det vil si at de forsøker å gjette på kortsiktige endringer i markedet og pådrar seg risiko [Pilipovic, 1998].

Som tidligere nevnt har kraftmarkedet en høy volatilitet, noe som tiltrekker seg spekulanter. Hvis man klarer å predikere prisutviklingen med en høy grad av sikkerhet, vil man kunne få store gevinster.



Figur 4.1 Tradingstrategier

#### 4.4.2 Hvordan man kan profitere på trading

Som nevnt over kan man anta at de fleste aktørene har en rimelig god oversikt over informasjonen i markedet. De største aktørene kan likevel, på grunn av større kapasitet og flere ressurser, hente inn og behandle mer av den informasjonen som ligger tilgjengelig for alle aktørene og forsøke å tjene penger på dette.

I prosjektet benytter vi historisk informasjon om værmelding og priser for å lage en modell for forwardprisen. En må her regne med at alle aktørene sitter med den samme informasjonen. Muligheten til å tjene penger vil da ligge i om vi klarer å tolke informasjonen bedre og få en riktigere modell for prisen enn konkurrentene.

I kapitlet om risikopremie nevnes det at Bernseter har påvist negativ risikopremie for ukekontraktene som ligger nærmest i tid. I utgangspunktet kan man spekulere i en slik systematisk negativ risikopremie ved på et tidspunkt å innta en kort posisjon i disse kontraktene. I følge kraftanalytiker Gunnar Aronsen i TrønderEnergi har slik spekulasjon foregått, men har avtatt i den senere tid da markedet har blitt mindre likvid etter at store utenlandske aktører trakk seg ut av markedet.

Det er viktig med flinke folk for å kunne tjene penger på trading. Traderne sitter med modeller for hvordan prisene vil utvikle seg, men også erfaring og intuisjon er avgjørende for når det handles. Man er avhengig av at de som sitter med tradingjobben har en god følelse for og innsikt i hvordan markedet fungerer da ikke alle aspekter ved markedet kan fanges inn i en modell. Det ligger psykologiske aspekter i markedet som det vil være viktig å ta hensyn til. Rykter om faktorer som kan påvirke prisene kan være nok til at aktørene drar hverandre med i en slags dominoeffekt.

## 5 BAKGRUNN FOR MODELLEN

I dette kapittelet ser vi nærmere på forutsetninger og antagelser vi legger til grunn for oppbygningen av en modell for å predikere endring i forwardpriser.

### 5.1 Værvarsel som beslutningsparameter

I det skandinaviske kraftsystemet er 55 % av elektrisitetsproduksjonen vannkraftbasert [Nord Pool 2003]. Samtidig er muligheten til å hente kraft fra kontinentet begrenset. Dette gjør prisene følsomme for hvor mye tilsig man forventer til magasinene og avvik fra normalnivået til den hydrologiske balansen. Været kan nok sies å være en faktor med stor betydning for kraftsituasjonen og dermed også prisen. Det er med bakgrunn i dette vi ønsker å undersøke sammenhengene mellom værvarsel og prisendringer for om mulig å tjene penger på å forutsi utviklingen på kontraktpriser.

Vi har valgt å bruke værvarselsdata fra 10-døgns varselet som omfatter Norge og Sverige og som oppdateres hver morgen. Dette er et varsel de fleste produsentene benytter seg av i en eller annen form, og vi vil derfor kunne regne med tilnærmet symmetrisk informasjon om varselet vær i markedet.

Et ferdig varsel til et kraftselskap inneholder informasjon om mange ulike værparametere. Erfaring har vist at det er visse parametere som er viktigere enn andre i forhold til prisendringer på forwardmarkedet. Vi har valgt å se nærmere på temperaturindeksen og akkumulert nedbør konvertert til GWh. Temperaturindeksen er en vektet temperaturangivelse hvor det er tatt hensyn til geografiske forskjeller i befolkningstetthet, da kalde temperaturer på for eksempel Finnmarksvidda vil ha en helt annen effekt på forbruk enn om man får kalde temperaturer i Oslo-området. Den akkumulerte nedbøren er vektet etter hvor mye som vil komme som tilsignedsnedbør og deretter konvertert til GWh.

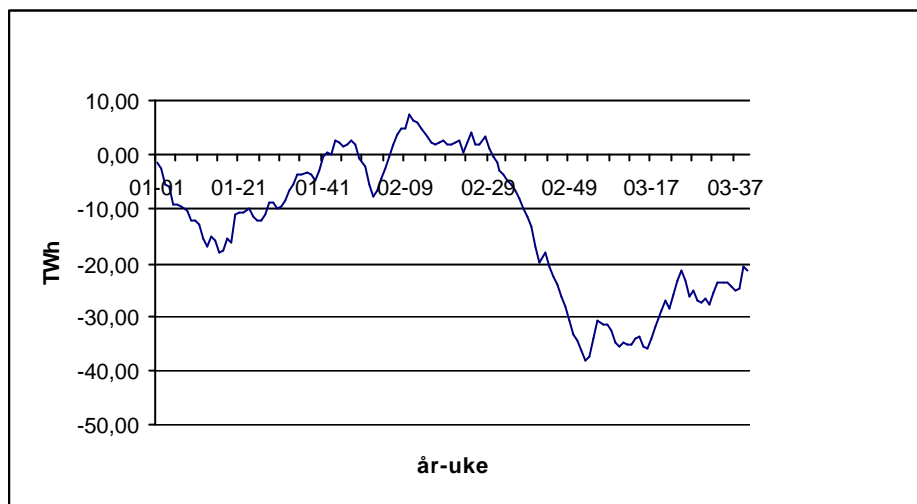
I tillegg til å se på temperaturindeksen og nedbør konvertert til GWh ser vi på endringene i disse variablene fra dag til dag. Dette gjør vi fordi vi antar at markedet vil reagere på *utviklingen* i værforholdene og ikke bare selve varselet. De fire variablene fra værvarselet som vi har med i modellen blir da nedbør, endring i nedbør, temperatur og endring i temperatur.

Endring i varselet nedbør ( $\Delta$ nedbør) er definert som *dagens varsel* – *gårsdagens varsel*.  $\Delta$ nedbør vil i følge definisjonen da være positiv om man får et våtere værvarsel enn gårsdagens. Vi har en forventning om at en økning i nedbør vil føre til en reduksjon i prisen på forwardkontraktene. Endring i varselet temperatur ( $\Delta$ temperatur) er definert likt som for nedbør; *dagens varsel* – *gårsdagens varsel*. En økning i temperaturindeksen vil føre til en positiv endring og en positiv endring vil vi forvente at reduserer forwardprisen.

Når temperaturen er negativ vil vi forvente et høyere forbruk, noe som vil tære på vannressursene og dermed presse kraftprisen opp. Nedbør vil føre til økt tilsig og vi forventer at nedbør vil føre til en reduksjon i kraftprisen.

## 5.2 Hydrologisk balanse

Den hydrologiske balansen angir tilstanden i vannkraftsystemet og er en kombinasjon av magasininnhold og snømagasin (omlag 50 % av årets nedbør lagres som snø om vinteren) [NVE 2003]. Magasininnholdet vil påvirkes av hvor mye tilsig som kommer i form av tilsigsnedbør og snøsmelting og hvor mye som tappes til produksjon og eventuelt overløp. Man bruker data fra 1990 til 2000 som referanse for å si noe om den nåværende balansen. Figuren under viser utviklingen fra uke 1, 2001 til og med uke 40, 2003.



Figur 5.1 Hydrologisk balanse på ukenivå for det nordiske systemet [Trønder Energi AS]

Med et kraftmarked i stor grad basert på vannkraft vil det være naturlig å anta at den hydrologiske tilstanden i systemet vil ha en innvirkning på prisene. Vi har derfor valgt å ta med denne som en mulig forklaringsvariabel for prisendringer. Ved ekstreme situasjoner i den hydrologiske balansen, både høye og lave verdier, vil vi anta at markedet vil reagere kraftigere på endringer i værvarsel enn om systemet hadde vært i normalt tilstand. Med utgangspunkt i denne antagelsen vil vi benytte den hydrologiske balansen som en forsterkende faktor for markedets reaksjon på værvarselet.

## 5.3 Sesongkontrakter

I prosjektet har vi valgt å se på sesongkontrakter. De viktigste grunnene til dette er at sesongkontraktene er likvide og at vi forventer at det vil være enklere å finne sammenhenger mellom data fra 10-døgns varselet og prisutvikling for disse kontraktene. For de kortere kontraktene, som også ligger nærmere i tid, vil det være flere faktorer som spiller inn. Blant annet vil det værvarselet vi benytter være for lite detaljert. For ukekontrakter er lokale værmeldinger viktige for å kunne forklare prisutvikling. Andre faktorer, som eksempelvis reguleringsmuligheter og midlertidige inn- og utkoblinger av produksjon og forbruk, vil ha større betydning for kortere enn lengre kontrakter. Sesongkontraktene vil derfor ha mindre innslag av slik støy. For årskontrakter antas værvarselet ti dager frem i tid å ha liten betydning.

Det kan nevnes at sesongkontraktene er lite likvide de to siste ukene de handles.

## 5.4 Inndeling av sesonger

Vi ser på hvilken innvirkning endring i nedbør og temperatur vil ha for forwardprisene til sesongkontrakter handlet på Nord Pool. Disse to faktorene har ulik innvirkning på prisene avhengig av hvilken tid på året man befinner seg. For eksempel vil en endring i temperatur på 10 °C om sommeren ikke ha like stor betydning som en endring på 10 °C om vinteren. Det er med bakgrunn i dette at vi deler året i tre perioder.

I utgangspunktet kan vi regne med at endringer i parametrene påvirker prisene på den sesongen man er inne i samt de to følgende sesongene. Det vil si at for høsten 2003 vil det være sesongkontraktene for vinter1 2004 og sommer 2004 som påvirkes mest. Man kan likevel anta at kontrakter lengre frem i tid også kan påvirkes. Slike endringer vil imidlertid være av mindre karakter enn for de nærmeste sesongene, og vil helst inntreffe ved spesielle forhold i hydrobalansen. Bevegelsene i forwardprisen for kontrakter lengre frem i tid vil være meget dempet sammenliknet med bevegelsene for kontraktene som ligger nærmere i tid.

### 5.4.1 Periode 1

Periode 1 er definert til perioden fra 1. desember til 20. mars. I det man går inn i denne perioden vil nivået i magasinene stort sett være på sitt maksimale før vinteren. Nedbør som kommer etter 1. desember vil som regel komme i form av snø og ikke gi direkte tilsig til vannmagasinene. Nedbøren vil derimot lagres i snømagasin som gir opphav til et større tilsig ved vårmeltingen. Temperaturen vil ha stor innvirkning på etterspørselen etter elektrisitet og dermed hvor store mengder vann som tappes av magasinene. Kombinasjon av mengde nedbør og temperaturen vil ha betydning for påvirkningen av prisene. De ulike kombinasjonene av værvarsel, med forklaring på hvordan vi forventer at de virker på prisene, vises i Tabell 5.1.

Værvarsel	Kaldt	Mildt
Tørr	Varselet har <i>stor</i> betydning for prisen på sesongkontrakter. Det kommer lite nedbør som påvirker snømagasinet, samt at man bruker mye vann fordi elektrisitetsforbruket til oppvarming er høyt. Resultatet er et lavere forventet magasininnhold.	Varselet har <i>liten</i> betydning. Det kommer lite nedbør, men samtidig brukes det lite fordi det ikke er samme behov for elektrisitet til oppvarming.
Vått	Varselet vil ha <i>liten</i> betydning. Det vil brukes mye vann for å dekke etterspørselen etter elektrisitet, men på samme tid vil man få større lagre med snø som vil smelte i løpet av våren, slik at magasinene igjen vil fylles opp.	Varselet har <i>stor</i> betydning. Det kommer mye nedbør som tilsier at det vil bli et stort tilsig i løpet av våren. Man vil også bruke lite vann fordi etterspørselen etter elektrisitet er lav på grunn av mildvær.

Tabell 5.1 Værmatrise, periode 1



### 5.4.2 Periode 2

Periode 2 er definert fra 21. mars til 14. oktober. Generelt sett antar man at temperaturen har liten betydning for den hydrologiske balansen i vår-, sommer- og de første høstmånedene. Årsaken til dette er at man i denne perioden forventer relativt høye temperaturer (over null grader) og at all nedbør kommer i form av tilsigsnedbør. Samtidig vil man i denne perioden ha mindre behov for elektrisitet til oppvarming.

I begynnelsen av perioden vil vårsmeltingen ta til, magasinene vil i stor grad være nedtappet etter vinteren og man har mye lagringskapasitet som kan ta unna for det tilsiget som kommer. Vår og forsommer er en tid da man normalt ikke forventer store mengder nedbør så det er tilsiget fra snøsmeltingen som forventes å ha størst betydning for oppfylling av vannmagasinene.

Sensommeren og høsten er derimot en periode der man forventer et forholdsvis vått vær, og en regner med tilsig til magasinene. Tørre varsler på høsten og sensommeren vil derfor skape usikkerhet om den hydrologiske balansen.

Værvarsel	Kaldt/Mildt
Tørt	Tørre varsler i begynnelsen av perioden vil ikke ha stor betydning fordi dette normalt er en forholdsvis tørr periode og man forventer ikke like store nedbørsmengder som på sensommeren og høsten. Derimot vil tørre varsler på sensommeren og høsten ha stor betydning. De tørre varslene vil kunne føre til en forventning om en svakere hydrologisk balanse.
Vått	Våte varsler tidlig i perioden vil gi en forventning om god hydrobalanse da det også forventes at det om høsten vil komme godt med nedbør.

Tabell 5.2 Værmatrise, periode 2

### 5.4.3 Periode 3

Periode 3 er definert fra 15. oktober til 30. november. Dette er den mest nedbørsrike tiden på året, Norge og Sverige sett under ett, men været er også meget ustabil. Avvikene fra normalen kan være store og skifte raskt. Det kan komme kaldt vær tidlig i perioden som fører til at nedbøren kommer som snø. Likevel kan det komme mildvær før tappesesongen (periode 1) slik at snøen smelter og man får tilsig. Den hydrologiske balansen er viktig, for er den lav vil man forvente problemer med å komme seg gjennom den forestående tappesesong. I Tabell 5.3 vises hvilken påvirkning værvarselet forventes å ha.

Værvarsel	Kaldt	Mildt
Tørt	Det vil komme lite tilsig samtidig som man bruker mye vann for å dekke behovet for elektrisitet til oppvarming. Dette tærer på magasinene og svekker den hydrologiske balansen.	Tilsiget vil utebli, men man bruker lite vann.
Vått	Tilsiget vil være lavt på grunn av at nedbøren kommer som snø, men man får en oppbygning av et snømagasin som <i>kan</i> smelte senere i perioden. Dette er avhengig av når i perioden snøen kommer. I tillegg brukes det mye vann.	Man vil få et høyt tilsig og lite forbruk, med den effekt at den hydrologiske balansen bedres.

Tabell 5.3 Værmatrise, periode 3

## 5.5 Trading

Vi ønsker å predikere endringene i forwardprisene på sesongkontrakter for å kunne tjene penger på å delta i markedet. Som forklart i de foregående kapitlene ønsker vi å gjøre dette ved å bruke informasjon fra de daglige værvarslene og den aktuelle hydrologiske balansen.

Værvarslene vi ser på gir markedet informasjon i perioden mellom stengetid og åpning dagen etter. I oppgaven er det kontraktene som handles på Nord Pool som blir sett på, ikke bilaterale kontrakter. Den predikerte prisendringen ( $\Delta F$ ) er endringen fra markedet stenger til det åpner igjen. I løpet av denne perioden har værvarselet gitt aktørene ny informasjon om de neste dagene, men denne er bare aktuell i 24 timer. Vi antar at denne raskt vil bli tatt opp i markedsprisen på kontraktene. Siden vi med denne modellen behandler informasjon som vil ha begrenset aktualitet (neste dag vil man ha nytt varsel og nye prisprediksjoner) vil man ha et intradag tradingperspektiv, der en hver dag vil lukke posisjonene før markedet stenger.

Prediksjonen av prisendringen kan sees på som den prisen vi anser markedet "burde" ha åpnet på, gitt informasjonen man har fått over natten. Hvis prisene viser seg å avvike fra denne prediksjonen forventer vi at markedet vil justere seg mot denne prisen i løpet av en viss tid og at man kan handle på differansen mellom faktisk åpningspris og forventet åpningspris. Muligheten til å tjene penger er ikke tilstede dersom åpningsprisen er lik den prisen vi forventer. Et annet poeng er at den forventede gevinsten må overstige transaksjonskostnadene ved å inngå en handel. På lengre sikt må også kostnadene ved å ha en tradingavdeling rettfærdiggjøres.

For at man skal være villig til å trade på en prediksjon om endring må man ha informasjon rundt sikkerheten til denne prediksjonen. En nærmere forklaring av dette vil vi komme tilbake til i senere kapitler. Hovedpoenget er at man må kjenne til en forventet prisendring og vite med hvilken sikkerhet denne vil inntreffe.

Ulike bedrifter har ulik holdning til risiko noe som vil legge føringer på de valg traderne gjør på bakgrunn av prisprediksjonen de sitter inne med. Styret/Ledelsen kan sette grenser for hvor store posisjoner bedriften kan ta og/eller hvor mye av bedriftens kapital man kan utsette for risiko. I tillegg vil den enkelte traders holdning til risiko spille inn, noen er mindre risiko-averse enn andre.

## **5.6 Datagrunnlaget**

Vi tar utgangspunkt i data for perioden 11.1.2001 til 23.9.2003. Dette gir oss 663 handledager, hvor vi har slutt- og åpningsprisene på Nord Pool for alle sesongkontraktene. Sluttprisene er stengeprisene fra Nord Pool for den aktuelle perioden og er levert av Trønder Energi AS. Disse er illustrert i vedlegg 1. Åpningsprisene er den prisen den første kontrakten handles for. Hvis det ikke er en handel innen en time vil den bli beregnet med utgangspunkt i sluttpris dagen før. Data for åpningsprisene er levert av SKM Market Predictor AS.

I den samme perioden har vi data fra værvarslene, disse er illustrert i vedlegg 2. For værvarselsdata har vi et tallmateriale fra 10-døgns varselet for hele perioden, ikke kun fra handelsdagene. Værvarslene er utarbeidet av SKM Market Predictor AS på bakgrunn av EC-data og gjelder for Norge og Sverige.

For den hydrologiske balansen, som er avvik i TWh fra normalsituasjonen, har vi data på ukenivå. Dette materialet er levert av Trønder Energi AS.

Når det gjelder endringene i dataene er disse beregnet ut fra siste kjente informasjon, det vil si dagen før for værdata og siste handledag for prisdata.

## **5.7 Suksesskriterier**

Som vi vil komme nærmere inn på i kapittel 5.8 har vi kommet frem til en modell for prediksjon av forwardprisene ved å forsøke ulike modeller. Målet er å finne en best mulig prediksjon. Ulike modeller vil kunne gi resultater som er gode etter ulike kriterier. For å vurdere hvilken modell som gir de beste prediksjonene har vi tatt utgangspunkt i noen kriterier for å måle i hvilken grad modellen tilfredsstillende de kravene vi setter til en god prediksjon.

Vi har vurdert i hvilken grad modellen er forventningsrett. Hvis den tilfredsstillende dette kravet vil vi forvente en like stor andel av feilprediksjonene over som under forventningsverdien. Sterkt knyttet til dette er kravet om en forventet feil lik null. Vi ønsker å få en forventning til residualleddet lik null. Hvis dette kravet ikke innfris, vil vi ved å benytte modellen kunne anta en feil lik forventningsverdien til residualleddet. Også knyttet til residualleddet er ønsket om så liten varians som mulig. Det vil medføre liten sjanse for å få store feil i prediksjonen. Vi har også brukt kriteriet om at modellen skal forklare så mye som mulig av variansen i tallmaterialet, det vil si en høy  $R^2$ . I tillegg ønsker vi at modellen skal tilfredsstillende et krav om enkelhet. Den skal være enkel å forstå, enkel å implementere og å bruke.

I vurderingen av modellene har vi benyttet oss av disse kriteriene som sammenligningsgrunnlag. Selv om ingen av modellene viste seg å tilfredsstillende alle kravene har dette gitt oss

muligheten til å vurdere de ulike opp mot hverandre. Ut fra dette har vi kunnet foreta utvelgelse av den modellen som gir de beste prediksjonene av  $\Delta F$ .

## 5.8 Ulike modeller som ble prøvd

For å finne en sammenheng mellom værvarselsdataene som kommer tidlig om morgenen og endring mellom stengepris dagen før og åpningsprisen, har vi testet ulike modeller. Værvariablene ble lagt inn i SPSS og vi brukte lineær og ikke lineær regresjon for å prøve ut modeller for hva som best kunne forklare endringen i forwardprisen.

Først prøvde vi å finne en sammenheng mellom temperatur, endring i temperatur, nedbør og endring i nedbør. Av de ikke-lineære regresjonsmodellene som ble prøvd kan vi nevne logaritmisk modell og polynomisk modell. Begge modellene gav dårlige resultater,  $R^2$  var svært dårlig og signifikansen til de estimerte parametrene var svak.

Lineær regresjon ble kjørt som en stegvis regresjon, det vil si at man tok inn alle variablene, men fjernet stegvis de som hadde parametere med dårligst signifikans. Denne metoden gav bedre resultater enn de ikke lineære regresjonene vi hadde prøvd tidligere. Det kan blant annet nevnes at for periode 2, der vi antar at temperaturen har lite å si, var det endring i temperatur og temperatur som ble tatt ut av modellen. Det var likevel forholdsvis svake resultat for  $R^2$ , og signifikansen for parametrene var ikke så god som man kunne ønske. Siden den lineære regresjon ikke gav oss så gode resultater som vi ønsket, prøvde vi å kjøre en lineær regresjon på logaritmen til de ulike forklaringsvariablene for å se om dette kunne gi en bedre forklaring. Dette gav imidlertid et klart dårligere resultat enn den lineære regresjonen vi først forsøkte.

Siden vi ikke fikk tilfredsstillende resultater ønsket vi å ta med hydrologisk balanse i modellen i tillegg til de fire forklaringsvariablene allerede nevnt. Tanken var å ta den inn som en forsterkningsfaktor; om det er stor ubalanse i systemet vil værvarslene ha mer å si enn om systemet er i balanse.

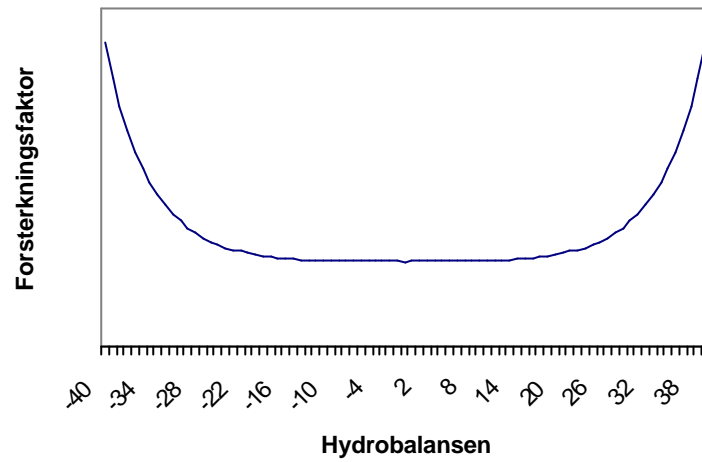
Vi tenkte oss en forsterkningsfaktor som ville ha liten verdi når systemet var i balanse, og som økte i verdi etter hvert som avviket fra normalen ble større. Vi så for oss at en slik forsterkningsfaktor kunne være på formen  $a_0 * EXP[a_1 * hydrobalansen^{a_2}]$  eller at den kan være en forsterkning av hvert ledd. Den hydrologiske balansen ble forsøkt tatt med som en forsterkningsfaktor i ulike lineære modeller og ikke-lineære modeller. Et utvalg av modellene som ble forsøkt ligger i vedlegg 3.

En modell viste seg å være bedre enn de andre. Denne var på formen;

$$\Delta F = (b_0 + b_1 * nedbør + b_2 * \Delta nedbør + b_3 * temperatur + b_4 * \Delta temperatur) * EXP(b_5 * |hydrobalansen|^{b_6})$$

Formel 5.1

Om en tegner opp forsterkningsfaktoren  $EXP(b_5 * |hydrobalansen|^{b_6})$  vil den ha en form som vist i Figur 5.2.



Figur 5.2 Forsterkningsfaktor

Videre vurdering av modellen vil komme i de neste kapitlene der vi tar for oss kontraktene i de ulike periodene.

## 6 PRESENTASJON AV MODELLEN

I dette kapittelet presenteres estimatene for modellen. Vi har valgt å presentere resultatene for alle periodene, for å grundig illustrere modellen. Sesongkontraktene er vinter1 (1.januar – 30.april), sommer (1.mai – 30.september) og vinter2 (1.oktober – 31.desember).

### 6.1 Periode 1

Periode 1 går fra 1. desember til 20. mars. For denne perioden vil vi se på prisendringene for de to nærmeste kontraktene som handles i denne perioden, sommer og vinter 2.

For begge kontraktene bruker vi ligningen som er beskrevet i kapittel 5.8;

$$\Delta F = (\mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 * nedbør + \mathbf{b}_2 * \Delta nedbør + \mathbf{b}_3 * temperatur + \mathbf{b}_4 * \Delta temperatur) * \exp(\mathbf{b}_5 * |hydrobalanse|^{b_6})$$

Formel 6.1

#### 6.1.1 Sommer

Nedenfor presenteres resultatene fra nærmeste sommerkontrakt handlet i periode 1. Det vil for eksempel si at for periode 1 vinteren 2002/03 vil man handle på kontrakten FWS0-03.

Tabellen under viser modellens tilpasning til data.

	Sum of Squares
Regresjon	2275
Residual	2349
$R^2 = 0,489$	

Tabell 6.1  $R^2$ , periode 1, sommer

Av avviket mellom observert verdi og gjennomsnittet, forklarer modellen 2275, mens resten av avviket, 2349, blir summert opp i residualleddet. En  $R^2$  på 0,49 vil si at i underkant av halvparten av variansen i dataene kan forklares av modellen.

Koeffisient	Estimat	Asymptotisk standard feil	Asymptotisk 95 % Konf. Int.	
			Nedre	Øvre
$\beta_0$	1,64	0,500	0,656	2,63
$\beta_1$	-0,374	0,108	-0,587	-0,162
$\beta_2$	-0,277	0,138	-0,549	-0,004
$\beta_3$	-0,106	0,03	-0,190	-0,022
$\beta_4$	-0,507	0,165	-0,833	-0,181
$\beta_5$	1,14E-6	5,04E-6	-8,80E-6	1,11E-5
$\beta_6$	3,94	1,19	1,60	6,29

Tabell 6.2 Estimat av koeffisientene, periode 1, sommer

Estimeringen av koeffisientene vist i tabellen over indikerer at disse har den påvirkningen vi hadde forventet oss. Som beskrevet i kapittel 5.1 forventer vi en nedgang i prisen ved økt nedbør og temperatur. De negative koeffisientene for  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  og  $\beta_4$  sannsynliggjør denne antagelsen.

Vi ser i tillegg at alle koeffisientene, med unntak av  $\beta_5$ , har et 95 % konfidensintervall som ligger utenfor 0. Ut fra dette kan vi anta at de er signifikante. Når det gjelder  $\beta_5$ , ser vi at denne er svært liten. Kjører man imidlertid modellen uten denne, vil de andre koeffisientene få svært avvikende verdier, og  $R^2$  vil reduseres kraftig. Vi velger å beholde denne i modellen til tross for at det vil være en betydelig usikkerhet knyttet til denne koeffisienten.

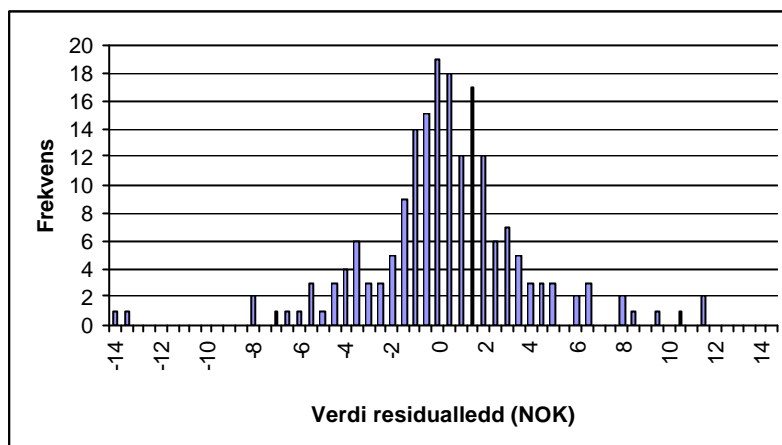
Ved å normalisere den predikerte verdien for  $\Delta F$ , dette gjøres ved å dele på den observerte verdien, vil man forvente en verdi på én. For dette datasettet får vi et gjennomsnitt på 0,548 og en median på 0,443. Normaliseringen fører til at de predikerte verdiene for observasjonen 0 ikke blir med i beregningen av gjennomsnittet. Et gjennomsnitt for den normaliserte prediksjonen ulik 1 indikerer at modellen ikke er forventningsrett.

For den normaliserte prediksjonen vil negative verdier tilsi at modellen predikerer feil vei. Dette er tilfelle i 27 % av observasjonene. For de tilfellene hvor modellen predikerer rett vei, skiller vi mellom under- og overestimering. For verdier mellom 0 og 1 vil modellen underestimere, her i 50 % av tilfellene, og overestimere for verdier over 1, i 23 % av tilfellene.

	Residual
Gjennomsnitt	0,106
Median	0,165
Standardavvik	3,52
Varians	12,4
Kurtosis	3,13
Skewness	-0,19
Ant. observasjoner	190

**Tabell 6.3** Deskriptiv statistikk for residualledd, periode 1, sommer

Diskusjonen av den normaliserte prediksjonen antyder at modellen ikke er forventningsrett, noe vi ser igjen i residualleddet. Forventningen til residualleddet vil være null for en forventningsrett modell, i dette tilfellet får vi 0,106, noe som tilsier at prediksjonen underestimerer. Et standardavvik på 3,52 og varians på 12,4, viser at man i mange tilfeller vil kunne få relativt store avvik fra forventningsverdien. Man bør også merke seg at residualleddene har en tendens til å øke med økende stengepriser, dette gjelder i hovedsak for priser større enn 200. Figuren under illustrerer fordelingen til residualleddene.



Figur 6.1 Fordeling til residualleddet, periode 1, sommer

Kurtosis er et mål på hvordan observasjonene ligger rundt forventningsverdien. For en normalfordeling vil kurtosisen være 0. En positiv verdi indikerer at observasjonene er mer samlet om midtpunktet og har lengre haler enn normalfordelingen, mens en negativ verdi indikerer mindre samling av data og kortere haler. For denne kontrakten har residualleddene en positiv kurtosis, noe som forteller at fordelingen har lange haler og det vil være stor sannsynlighet for ekstremverdier.

Skewness angir asymmetrien i en fordeling. Normalfordelingen har en skewness på 0. Ved positiv skewness har fordelingen en lang høyre hale, men for en negativ vil man ha en lang venstre hale. For sommerkontrakten er det en negativ skewness, noe som forteller at det er en større sannsynlighet for negative ekstremverdier.

### 6.1.2 Vinter2

Dette delkapittelet omfatter resultatene fra vinter2 kontrakter handlet i periode 1.

	Sum of Squares
Regresjon	1425
Residual	1988
$R^2 = 0,414$	

Tabell 6.4  $R^2$ , periode 1, vinter2

Tabellen over viser at denne kontrakten får en noe dårligere forklaringsandel enn sommerkontrakten diskutert over. En av grunnene til dette kan være at det er lengre tid til forfall for vinter2 kontrakten, slik at det vil være mer støy som påvirker prisene her enn tilfellet var for sommerkontrakten. Vi vil komme nærmere inn på diskusjonen om andre faktorer som kan påvirke prisene i et senere kapittel.



Koeffisient	Estimat	Asymptotisk standard feil	Asymptotisk 95 % Konf. Int.	
			Nedre	Øvre
$\beta_0$	1,59	0,543	0,520	2,66
$\beta_1$	-0,357	0,115	-0,585	-0,130
$\beta_2$	-0,153	0,132	-0,415	0,110
$\beta_3$	-0,0631	0,0373	-0,137	0,0104
$\beta_4$	-0,359	0,145	-0,646	-0,0723
$\beta_5$	1,60E-10	1,4E-9	-2,56E-6	2,88E-9
$\beta_6$	6,40	2,14	2,18	10,6

**Tabell 6.5 Estimat av koeffisienter, periode 1, vinter2**

For koeffesientene for vinter2 vil vi få noe av den samme argumentasjonen som for sommerkontrakten. Vi får et estimat som stemmer med de forventningene vi hadde til fortegn, en negativ påvirkning for alle værfaktorene. I dette tilfellet vil  $\beta_2$  og  $\beta_3$ , ha et 95 % konfidensintervall som inneholder null. Dette vil si at det er mulig at de ikke er signifikante, så denne modellen vil ikke gi like sikre estimat som den som ble presentert i forrige delkapittel. Vi har den samme problematikken for  $\beta_5$  som vi har presentert tidligere, og vi vil fortsatt beholde denne i modellen.

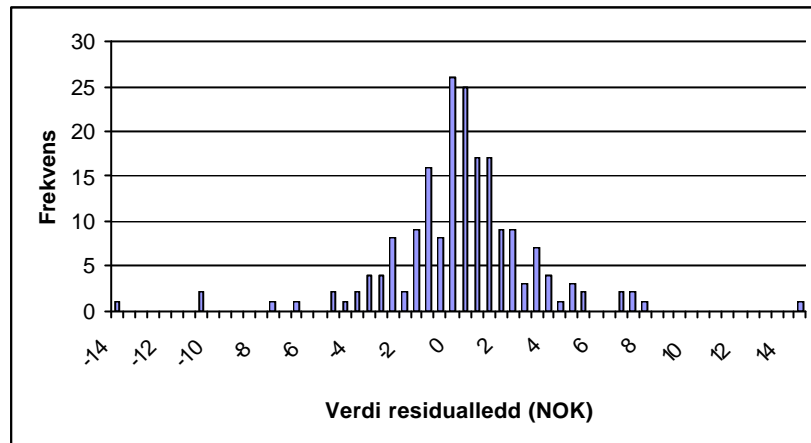
	Residual
Gjennomsnitt	0,101
Median	0,115
Standardavvik	3,24
Varians	10,5
Kurtosis	12,2
Skewness	-1,37
Ant. observasjoner	190

**Tabell 6.6 Deskriptiv statistikk for residual, periode 1, vinter2**

For denne kontrakten får vi en normalisert prediksjon med gjennomsnitt 0,451 og median 0,402. Tilsvarende som for sommerkontrakten vil ikke prediksjonene med observasjon null bli tatt med i normaliseringen. Også som for resultatene i forrige delkapittel får vi et gjennomsnitt for den normaliserte prediksjonen som indikerer at modellen ikke er forventningsrett. Dette underbygges av forventningen til residualet, som er positiv og dermed viser en underestimering.

For denne kontrakten vil modellen predikere en  $\Delta F$  i feil retning i 27 % av tilfellene. For de tilfellene modellen predikerer rett vei, vil den i 55 % av tilfellene underestimere, og i 18 % overestimere.

Figur 6.2 viser frekvensfordelingen til residualet.



Figur 6.2 Fordeling til residualleddet, periode 1, vinter2

Selv om vi får et gjennomsnitt for residualleddene på 0,101 vil standardavviket på 3,24 og variansen på 10,53 føre til usikkerhet i utfallet. Også her kan man se en tendens til at residualene øker i absoluttverdi med økende sluttpris, da for verdier over 200. Man får en kurtosis på 12,23 som beskriver en fordeling med lange, tykke haler og som har stor sannsynlighet for ekstremverdier. Dette illustreres i Figur 6.2.

Residualleddet har en negativ skewness også for denne kontrakten, men har en tykkere venstre hale enn det som var tilfellet for sommerkontrakten, altså er skjevheten enda større for denne kontrakten.

## 6.2 Periode 2

Periode 2 går fra 21. mars til 14. oktober. For denne perioden vil vi se på prisendringene for de to nærmeste kontraktene som handles i denne perioden; vinter1 og vinter2.

For denne perioden vil ligningen vi har kommet frem til for periode 1 bli noe justert i forhold til de andre periodene for å få best mulig resultater. Forskjellen er parameteren  $\beta_5$  som ikke vil inngå i modellen for denne perioden. Ellers er ligningen den samme.

$$\Delta F = (\mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 * nedbør + \mathbf{b}_2 * \Delta nedbør + \mathbf{b}_3 * temperatur + \mathbf{b}_4 * \Delta temperatur) * \exp(|hydrobalanse|^{\beta_5})$$

Formel 6.2

### 6.2.1 Vinter1

Nedenfor presenteres resultatene fra nærmeste vinter1 kontrakt handlet i periode 1.

Tabellen under viser modellens tilpasning til data.

	Sum of Squares
Regresjon	985
Residual	4818
$R^2 = 0,166$	

Tabell 6.7  $R^2$ , periode 2, vinter1

Vi ser at vi får en betydelig lavere  $R^2$  her enn vi fikk for periode 1, dette betyr at modellen har lavere forklaringsgrad i denne perioden. Mulige grunner til dette vil vi komme tilbake til senere.

Koeffisient	Estimat	Asymptotisk standard feil	Asymptotisk 95 % Konf. Int.	
			Nedre	Øvre
$\beta_0$	0,179	0,0796	0,0225	0,335
$\beta_1$	-0,0573	0,0219	-0,100	-0,0141
$\beta_2$	-0,645	0,0264	-0,116	-0,0127
$\beta_3$	0,143	0,00618	0,00514	0,0264
$\beta_4$	-0,0565	0,0339	-0,123	0,0102
$\beta_6$	0,294	0,0461	0,203	0,384

Tabell 6.8 Estimering av koeffisienter, periode 2, vinter1

Som beskrevet tidligere hadde vi forventet negative fortegn på koeffisientene foran værparametrene. Her ser vi at  $\beta_3$  får et positivt fortegn. I tillegg får  $\beta_4$  et konfidensintervall som inneholder null. Dette kan innebære at denne ikke er signifikant. Vi har tidligere argumentert for at temperaturen vil ha mindre innvikning på prisene i periode 2. Estimaten vi får for koeffisientene foran temperaturvariablene kan antyde at temperaturen ikke har samme betydning som den har i periode 1.

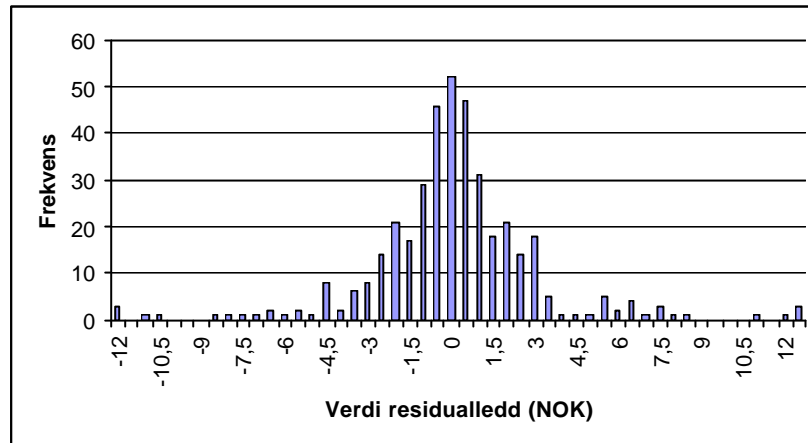
	Residual
Gjennomsnitt	-0,103
Median	-0,19
Standardavvik	3,49
Varians	12,2
Kurtosis	14,4
Skewness	1,08
Ant. Observasjoner	397

Tabell 6.9 Deskriptiv statistikk for residualledd, periode 2, vinter1

Den normaliserte prediksjonen for denne kontrakten har et gjennomsnitt på 0,515 og en median på 0,279, noe som indikerer at modellen ikke er forventningsrett. For de tilfellene der

det vil være en endring i forwardprisen vil modellen underestimere denne endringen. Modellen vil også predikere feil vei i 55 % av tilfellene, og for de tilfellene der den predikerer rett vei; underestimere i 20 % av tilfellene og overestimere i 25 %. Et residualledd med et gjennomsnitt under null tilsier at modellen overestimerer.

Residualleddet har en forventning nær null, et standardavvik på 3,49 og varians på 12,2. Dette viser at det i mange tilfeller vil være relativt store avvik fra forventningsverdien. Man bør også merke seg at residualleddene har en tendens til å øke med økende stengepriser, dette gjelder i hovedsak for priser over 300 NOK/MWh. Figuren under illustrerer fordelingen til residualleddet.



Figur 6.3 Fordeling til residualleddet, periode 2, vinter1

Fordelingen for residualleddet for denne kontrakten har også en høy positiv kurtosis og dermed en stor sannsynlighet for ekstremverdier. Skewness er positiv og forteller at modellen har en skjevhet som gir residualleddsfordelingen en stor høyre hale og dermed en stor sannsynlighet for positive ekstremverdier.

## 6.2.2 Vinter 2

Dette delkapittelet omfatter resultatene fra vinter2 kontrakter handlet i periode 2.

	Sum of Squares
Regresjon	1165
Residual	4579
$R^2 = 0,193$	

Tabell 6.10  $R^2$ , periode 2, vinter2

Som for vinter1 kontrakten ser vi her at modellen får en lav  $R^2$ , som vil si en dårlig forklaringsandel.

Konstant	Estimat	Asymptotisk standard feil	Asymptotisk 95 % Konf. Int.	
			Nedre	Øvre
$\beta_0$	0,233	0,0923	0,0501	0,415
$\beta_1$	-0,0668	0,0231	-0,112	-0,0214
$\beta_2$	-0,0803	0,0292	-0,138	-0,0223
$\beta_3$	0,0151	0,00609	0,00312	0,0271
$\beta_4$	-0,0470	0,0349	-0,112	0,0216
$\beta_6$	0,283	0,0429	0,199	0,368

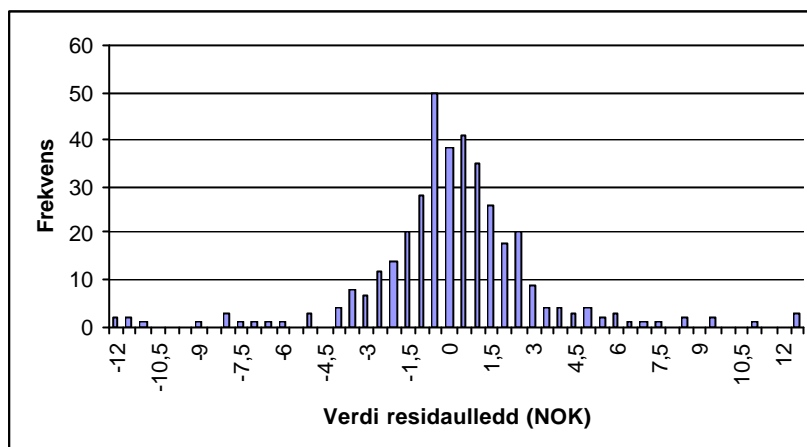
Tabell 6.11 Estimat av koeffisienter, periode 2, vinter2

For vinter2-kontrakten får vi de samme resultatene som for vinter1, men en  $\beta_3$  med motsatt fortegn enn forventet og en  $\beta_4$  med null i konfidensintervallet. Grunnen til dette kan som forklart for vinter1 være at temperaturen ikke har samme betydning her som i de andre periodene.

	Residual
Gjennomsnitt	-0,0226
Median	-0,12
Standardavvik	3,49
Varians	12,2
Kurtosis	15,1
Skewness	1,13
Ant. Observasjoner	377

Tabell 6.12 Deskriptiv statistikk for residual, periode 2, vinter2

For vinter2 kontrakten får vi en normalisert prediksjon med gjennomsnitt 0,554 og median 0,363. Dette indikerer at modellen ikke er forventningsrett. Modellen vil for de tilfellene vi har observert endring predikere feil vei i 52 % av tilfellene, for de tilfellene den predikerer rett vei vil den underestimere i 20 % av tilfellene og overestimere i 23 %. Et residualledd under null tilsier at modellen overestimerer i snitt. Fordelingen til residualleddet illustreres i Figur 6.4.



Figur 6.4 Fordeling til residualleddet, periode 2, vinter2

Residualleddene har et gjennomsnitt på  $-0,0226$ , standardavvik på  $3,49$  og varians på  $12,2$ . Selv om forventningen til feilleddet vil ligge nært null vil en stor varians føre til usikkerhet i utfallet. Også for denne kontrakten kan man se en tendens til at residualene øker i absoluttverdi med økende sluttpris, for priser over  $300$  NOK/MWh.

Man har som for den første kontrakten i denne perioden en høy kurtosis og en positiv skewness.

### 6.3 Periode 3

Periode 3 går fra 15. oktober til 30. november. I denne perioden er det sesongkontraktene for vinter 1 og sommer som er de to nærmeste kontraktene.

For denne perioden bruker vi modellen vist i Formel 6.3

$$\Delta F = (\mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 * nedbør + \mathbf{b}_2 * \Delta nedbør + \mathbf{b}_3 * temperatur + \mathbf{b}_4 * \Delta temperatur) * \exp(\mathbf{b}_5 * |hydrobalanse|^{b_6})$$

Formel 6.3

#### 6.3.1 Vinter 1

Nedenfor presenteres resultatene for regresjonen kjørt på vinter1 kontrakten.

	Sum of Squares
Regresjon	657
Residual	343
$R^2 = 0,629$	

Tabell 6.13  $R^2$ , periode 3, vinter1

Vi ser her en  $R^2$  som er høyere enn for de andre periodene. Noe som indikerer at modellen bedre forklarer variansen i  $\Delta F$  for denne perioden enn for de andre.

Koeffisient	Estimat	Asymptotisk std. feil	Asymptotisk 95 % Konf. Int.	
			Nedre	Øvre
$\beta_0$	1,27	0,547	0,172	2,36
$\beta_1$	-0,26	0,113	-0,487	-0,0331
$\beta_2$	-0,22	0,106	-0,430	-0,00616
$\beta_3$	0,17	0,0733	0,0233	0,316
$\beta_4$	-0,23	0,0985	-0,423	-0,0288
$\beta_5$	4,7 E-6	0,0000182	-0,0000317	0,0000411
$\beta_6$	4,01	1,12	1,77	6,26

**Tabell 6.14** Estimat av koeffisientene, periode 3, vinter1

Av Tabell 6.14 kan vi lese at alle estimatene med unntak av  $\beta_5$  vil ha et 95 % konfidensintervall der 0 ikke er med. Problemet med  $\beta_5$  er det samme som for kontraktene i periode 1; om denne koeffisienten tas vekk gir modellen ingen resultater. Dette gjør at det er stor usikkerhet knyttet til dette estimatet.

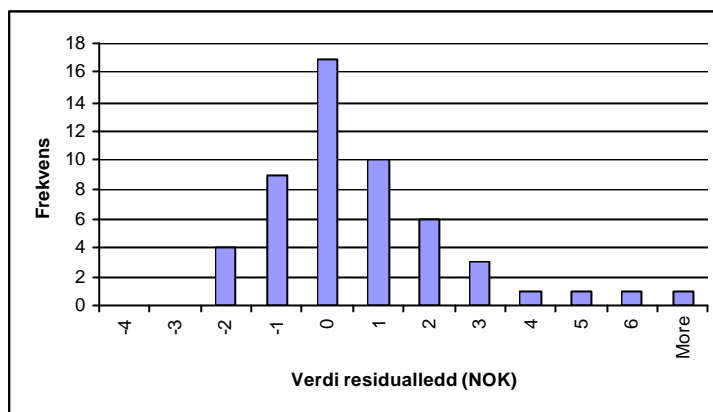
Som vi har beskrevet i kapitel 5.1 ville vi forvente at estimatet til temperaturleddet er negativt. Ved denne regresjonen er det derimot positivt.

	Residual
Gjennomsnitt	-0,0251
Median	-0,32
Standardavvik	2,25
Varians	5,04
Kurtosis	7,37
Skewness	1,92
Antall observasjoner	69

**Tabell 6.15** Deskriptiv statistikk for residualledd, periode 3, vinter1

Et gjennomsnitt på normalisert prediksjon på 0,658 og en median på 0,578 forteller at modellen ikke er forventningsrett. Et negativt gjennomsnitt for residualleddet vil si at modellen overestimerer prediksjonene.

Modellen vil i 23 % av tilfellene predikere feil retning for  $\Delta F$ , mens den i de tilfellene den predikerer riktig vei vil underestimere 36 % av prediksjonene og overestimerer 42 % av prediksjonene.



Figur 6.5 Fordeling til residualleddet, periode 3, vinter1

Fordelingen til residualleddet vist i Figur 6.5 har en høy kurtosis, noe som forteller at den har tykke haler og større sannsynlighet for ekstrem utslag. I tillegg har den en positiv skewness som forteller at det er større sannsynlighet for positive ekstremutslag.

### 6.3.2 Sommer

Vi ser i dette delkapitlet på sesongkontrakten for nærmeste sommer.

	Sum of Squares
Regresjon	162
Residual	107
$R^2 = 0,588$	

Tabell 6.16  $R^2$ , periode 3, sommer

Forklaringsandelen er noe lavere for sommerkontrakten enn for vinter1 kontrakten. Dette kan ha en sammenheng med at denne kontrakten ligger lengre frem i tid og det vil være mer støy som påvirker disse observasjonene.

Koeffisient	Estimat	Asymptotisk std. feil	Asymptotisk 95 % Konf. Int.	
			Nedre	Øvre
$\beta_0$	1,49	0,394	0,708	2,28
$\beta_1$	-0,299	0,0797	-0,458	-0,139
$\beta_2$	-0,119	0,0843	-0,288	0,0494
$\beta_3$	0,0935	0,0518	-0,00997	0,197
$\beta_4$	-0,288	0,105	-0,498	-0,0782
$\beta_5$	1,68 E-6	9,00 E-6	-0,0000163	0,0000197
$\beta_6$	4,18	1,59	0,999	7,36

Tabell 6.17 Estimat av koeffisientene, periode 3, sommer



Også for denne kontrakten får vi et positivt fortegn for temperaturvariabelen. I motsetning til vinter1 kontrakten har denne variabelen 0 i sitt 95 % konfidensintervall, noe som kan tyde på at den ikke er signifikant. Variabelen endring i nedbør har også 0 i konfidensintervallet.

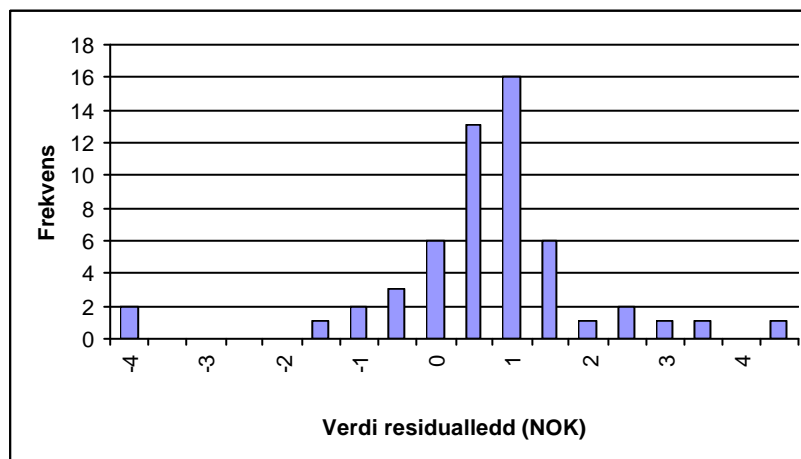
	Residual
Gjennomsnitt	-0,0322
Median	-0,075
Standard avvik	1,26
Varians	1,59
Kurtosis	-0,130
Skewness	0,310
Antall observasjoner	68

Tabell 6.18 Deskriptiv statistikk for residual, periode 3, sommer

$\Delta F$  er ikke forventningsrett for sommerkontrakten (gjennomsnitt på normalisert prediksjon på 0,405). Residualleddet er negativt og forteller oss at modellen overestimerer også for sommerkontrakten. I 25 % av tilfellene predikeres  $\Delta F$  i feil retning og i de tilfellene der riktig retning er gitt av modellen vil 53 % være underestimert, mens 22 % vil være overestimert.

Kurtosis er negativ, men ganske nær null. I motsetning til de andre kontraktene er fordelingen for residualleddet i mindre grad sentrert rundt forventningsverdien. Skewness er negativ, noe som betyr at den venstre halen er lang og man vil ha større sannsynlighet for negative verdier for residualleddet.

Residualleddets fordeling er vist i Figur 6.6



Figur 6.6 Fordeling til residualleddet, periode 3, sommer

## 7 DISKUSJON

Modellen som er beskrevet i de foregående kapitlene forsøker å forklare endringene i forwardprisene på grunnlag av værvarselet. Som presentasjonen i kapittel 6 viser, får man ikke så gode verdier som man kunne ønske. Det kan være flere grunner til dette. Vi skal her diskutere mulige årsaker til at modellen ikke predikerer så godt som ønsket og se på hva som kunne vært gjort annerledes eller kan endres for å forbedre modellen.

### 7.1 Forklaringsvariable

Selv om man antar at temperatur, nedbør og hydrologisk balanse er de viktigste påvirkningsfaktorene, vil det være flere elementer i markedet som er med på å påvirke prisene. Dette vil kanskje være den viktigste grunnen til at vår modell kun kan forklare en liten andel av variansen til prisendringene. Ingen av kontraktene vi testet modellen på fikk forventningsrette prediksjoner. Utelatte forklaringsvariable som ville vært med på å justere forventningen kan være en mulig forklaring på hvorfor modellen ikke gir forventningsrette prediksjoner. Ved å ta inn flere variable vil modellen miste noe av sin enkelhet, men det er sannsynlig at man da kunne fått bedre prediksjon av prisendringene. Vi skal videre se på ulike faktorer i markedet som kan være med på å påvirke prisen.

En faktor som vil kunne ha påvirkning, men som vi ikke har i modellen, er endringer i den samlede produksjons- og overføringskapasiteten i Nord Pool-området. Et eksempel på dette kan være permanente eller midlertidige bortfall av svensk kjernekraft. Hvis en stor produsent forsvinner fra markedet, vil det kunne påvirke prisene da det blir mindre tilgjengelig kraft på børsen.

En annen hendelse som vil gi endring i markedsbildet er bortfall av viktige overføringslinjer. Overføringskapasiteten mellom de ulike områdene vil reduseres, noe som igjen kan være med på å påvirke prisen. Tilsvarende situasjon vil man få for endringene i mulighetene for overføring inn og ut av Nord Pool-området. Det finnes flere overføringslinjer som brukes til både eksport og import av kraft mellom Nord Pool-området og utenforstående aktører. Disse linjene vil, som linjer internt i området, kunne falle ut eller tas ut til planlagt revisjon. Slike endringer i betingelsene for markedet vil kunne påvirke prisene.

Endringene i tilgjengelig kraft vil som forklart kunne påvirke forwardprisene. Prisendringene kan imidlertid tenkes å i større grad være hvilket nivå prisene vil legge seg på enn hvordan de påvirker endringene fra dag til dag. Dette forklares ved at markedet raskt vil justere seg på et nytt nivå for så å utvikle seg videre uten ytterligere innflytelse fra denne informasjonen. Man kan likevel ikke uten nærmere undersøkelser se bort fra betydningen av endringer i tilgjengelig energi.

En faktor i markedet som vi tidligere har vært inne på, men som er vanskelig å kvantifisere, er den psykologiske faktoren. Det er ikke alltid markedet vil oppføre seg slik det rasjonelt sett burde ut fra kjent informasjon. Prisene kan være mer eller mindre sensitive til ny informasjon og rene rykter. Slik oppførsel vil være svært vanskelig å identifisere og modellere, og kan oppleves som støy i tallmaterialet. Ved å lage modeller for tallmateriale hvor psykologi er en viktig faktor vil man kunne få problemer med å få gode resultater med mindre man klarer å kvantifisere de psykologiske virkningene.

Den modellen vi har valgt tar inn værvarselsinformasjon om temperatur og nedbør. Det tas ikke hensyn til hvor mye av den forventede nedbøren som faktisk kommer. Markedet får informasjon om gårsdagens faktiske nedbørsmengder på formiddagen. Det vil være sannsynlig at denne informasjonen innvirker på prisene. Ved å inkludere data om faktisk nedbør i modellen er det mulig at prisendringene kunne forklares bedre.

## **7.2 Utforming og spesifisering av modellen**

En annen forklaring til de resultatene vi har fått ved testing av modellen er de valg og spesifiseringer vi har gjort i forkant. Dette gjelder både utformingen av selve modellen og de valg vi har gjort i forhold til forutsetningene.

Når det gjelder selve modellen, kan det være en forklaring at denne ikke er utformet på optimal måte. Det er mulig at vi ikke har klart å komme frem til den modellen som, ut fra våre forklaringsvariable, forklarer prisendringene på best mulig måte.

Våre valg av variable vil også påvirke resultatene. For værvarselsdataene har vi valgt å bruke temperatur, endring i temperatur, nedbør og endring i nedbør for alle periodene. Slik modellen er formulert tar den inn varsel, uavhengig av når på året man er. En mulig forbedring kunne være å legge inn den temperaturen og nedbøren man forventer for den tiden på året man er. Ved å justere for det normale for sesongen kan man tenke seg at modellen får en bedre sammenheng med de psykologiske effektene av varselet.

Vi har modellert værparametrene lineært. Det er mulig at markedet reagerer på små og store endringer i markedet på en ikke-lineær måte. En løsning kunne være å justere modellen for ulik reaksjon er å dele opp værvarselsdataene i en gruppe for "normalstørrelse/-endring" og en for "ekstremstørrelse/-endring". Med en slik inndeling er det mulig at modellen i større grad ville forklart prisendringene.

Et annet valg som påvirker resultatene er inndelingen i perioder. Av resultatene ser vi at modellen gir best forklaring for periode 1 og 3. Periode 3 er en kort periode, og dette medfører at vi har et betydelig tynnere datagrunnlag for denne enn for de andre periodene. At vi får de beste resultatene i denne perioden kan ha sammenheng med at vi ser på et kort tidsintervall hvor påvirkning av værfaktorene er rimelig lik. Periode 1 er noe større og får noe dårligere resultater. Periode 2 er den klart lengste perioden, og får de klart dårligste resultatene. Dette kan antyde at inndelingen i perioder ikke er optimal. Det er mulig at en videre oppdeling av periode 2 vil være hensiktsmessig. Ved en finere oppdeling i perioder vil man få data som er mer ensartet med tanke på når på året man befinner seg og hvordan været vil påvirke prisene.

## **7.3 Datagrunnlaget**

De resultatene vi kommer frem til vil også være påvirket av det datagrunnlaget vi tester modellen på. Vi har brukt prisdata for perioden 11.1.2001 til 23.9.2003. Det at vi ikke har benyttet hele år kan gi en viss skjevfordeling i resultatene. Vi har likevel valgt å benytte oss av alt datamaterialet vi fikk tilgang på, da det gir et større observasjonsgrunnlag.

Vinteren 02/03 gav priser av en størrelse man ikke tidligere har sett på Nord Pool. En periode med ekstremt høyt prisnivå sammenlignet med tidligere år kan være med på å gi modellen dårlig tilpasning til observasjonene.

Vårt datagrunnlag omfatter cirka 2,75 år. Dette er et lite datamateriale, som blir sensitivt for variasjoner i prisnivå, som for eksempel ekstremprisene nevnt i forrige avsnitt. For å få et bedre utgangspunkt for estimering vil det anbefales å bruke et større datagrunnlag.

## 8 KONKLUSJON

Denne prosjektoppgaven har forsøkt å lage en modell for endring i forwardprisene på sesongkontrakter ved å se på historiske data for priser og værparametrene nedbør, endring i nedbør, temperatur, endring i temperatur og hydrologisk balanse. Det ble kjørt ikke-lineær regresjon for å finne en best mulig modell for de historiske dataene. Modellen indikerer at vi har valgt variable som påvirker forwardprisen, men samtidig at andre viktige forklaringsvariable burde vært tatt med.

Det ligger stor usikkerhet i modellen. En av de største kildene til usikkerheten ligger i variansen til feilledet. Denne er stor og forteller at det er stor sannsynlighet for avvik mellom faktisk åpningspris og den prisen modellen predikerer. De ikke-signifikante estimatene for enkelte koeffisienter i modellen er også med på å øke usikkerheten.

Modellen i nåværende form vil vi ikke anbefale brukt som grunnlag for spekulasjon i markedet. Vi vil likevel påpeke at det ligger et forbedringspotensial i muligheten til å ta inn flere variable for å forsøke å øke forklaringsandelen samt redusere variansen i feilledet.

## 9 REFERANSELISTE

Bernseter, K., 2003, "Risikopremien i kraftmarkedet", Hovedoppgave, NTNU Trondheim, Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse

Dixit og Pindyck, 1994, "Investment under uncertainty", Princeton University Press

Fama, E., 1970, "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", *The Journal of Finance*, vol 25, nr 2, s. 383-417

Fleten, S.E., Lemming, J., 2003, "Constructing Forward Price Curves in Electricity Markets", *Energy Economics*, vol 25, nr 5, s. 409-424

Gjølberg, O., Johnsen, T., 2001, "Electricity Futures: Inventories and Price Relationships at Nord Pool", Working Paper, Department of Economics and Social Sciences, Agriculture University of Norway

Lucia, J., Schwartz, E., 2002, "Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange", *Review of Derivatives Research* 5, s. 5-50

Pilipovic, D., 1998, "Energy Risk. Valuing and Managing Energy Derivatives", McGraw-Hill, New York

EBL Kompetanse, "Utviklingen i kraftmarkedet – hva har skjedd og hvorfor?", presentasjon av Geir Holler, Statkraft, [www.ebl.no](http://www.ebl.no)

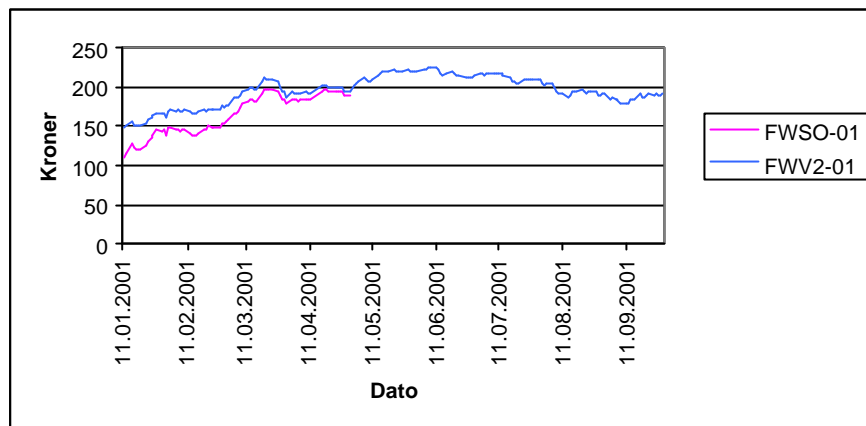
[www.ecmwf.int](http://www.ecmwf.int) 21. november 2003

[www.nordpool.no](http://www.nordpool.no) 21. november 2003

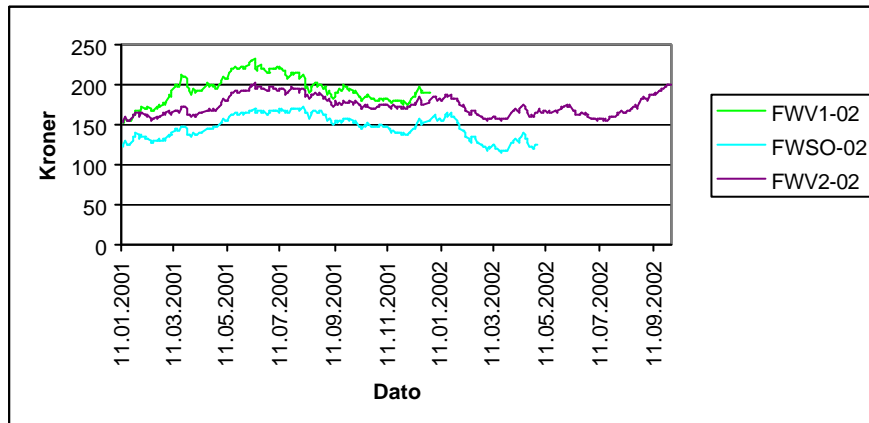
[www.nve.no](http://www.nve.no) 21. november 2003

## VEDLEGG 1: Datamateriale pris

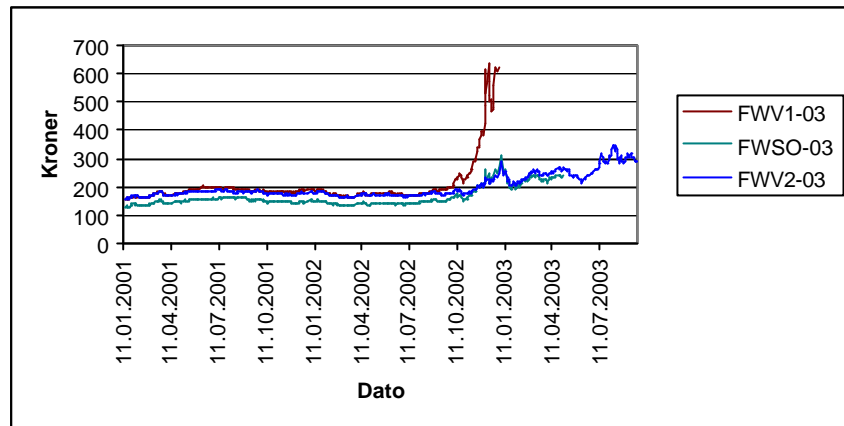
Nedenfor vises prisutviklingen i sesongkontraktene over den perioden vi har sett på. Vi har valgt å presentere prisene for kontrakter for hvert år hver for seg. Legg merke til at skalaen på y-aksen ikke er lik for alle periodene.



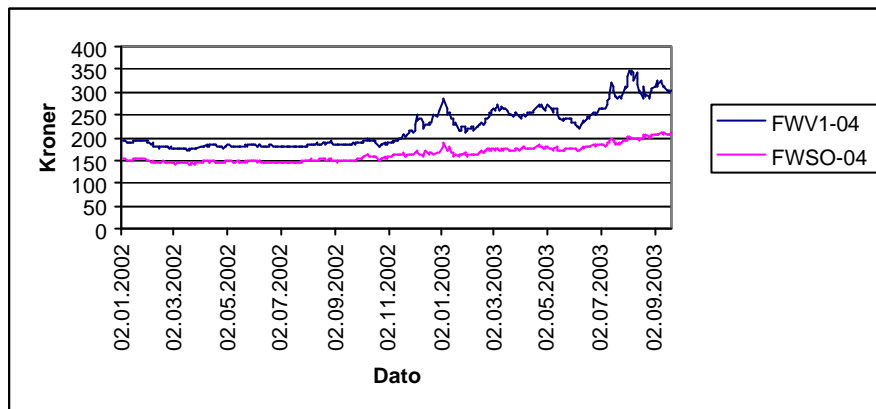
Figur V.1 Prisutvikling for kontrakter 2001



Figur V.2 Prisutvikling for kontrakter 2002



Figur V.3 Prisutvikling for kontrakter 2003

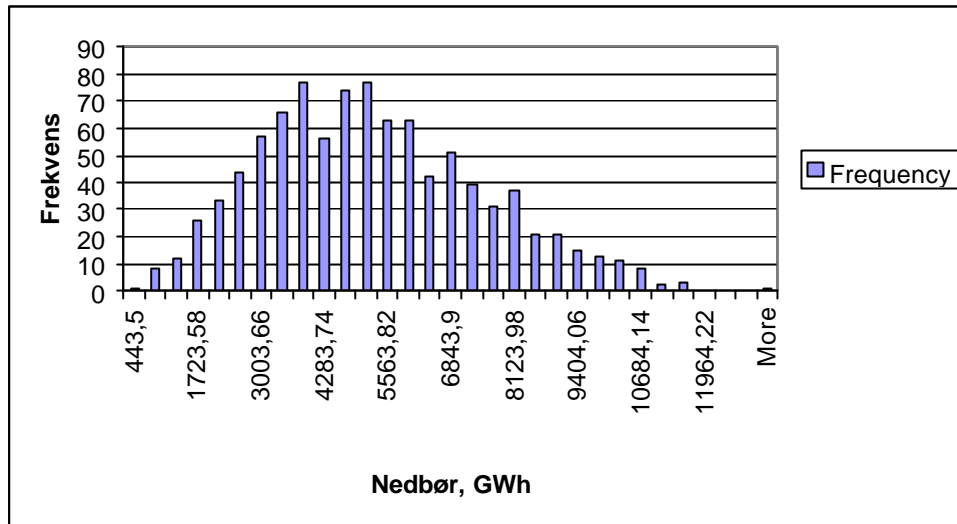


Figur V.4 Prisutvikling kontrakter 2004

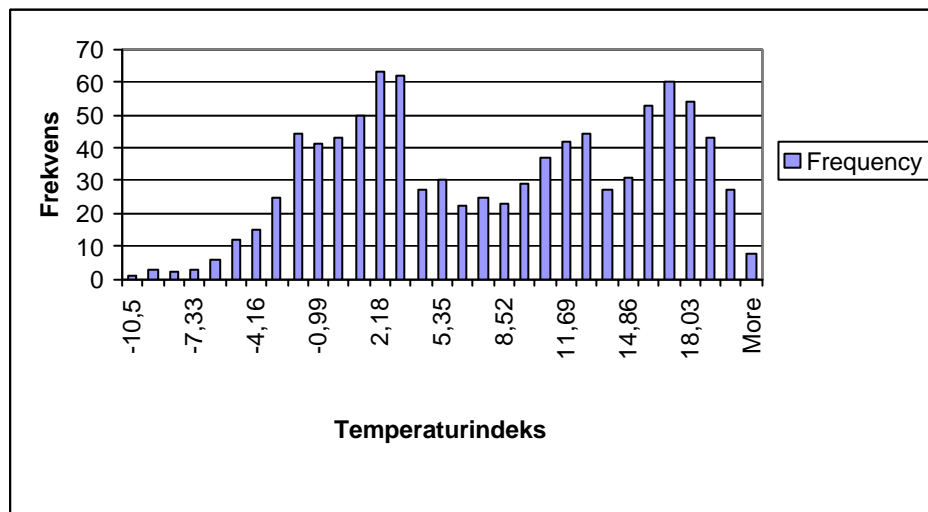


## VEDLEGG 2: Datamateriale værvarselsdata

Figurene under er frekvensdiagram som illustrerer forekomsten av nedbør og temperatur.



Figur V.5 Frekvensdiagram nedbør



Figur V.6 Frekvensdiagram temperatur

### VEDLEGG 3: Utprøving av ulike modeller

Ligningene nedenfor er et utvalg av kombinasjonene som ble testet ut i forsøket på å finne en best mulig modell. Det er her kun tatt med modellene som inkluderer hydrologisk balanse, da disse gav bedre resultater enn for modeller med kun værparametere.

- H er absoluttverdien av hydrologisk balanse
- N er nedbør
- T er temperaturindeks

$$\Delta F = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 * T + \mathbf{b}_2 * T * H + \mathbf{b}_3 * \Delta T + \mathbf{b}_4 + \Delta T * H + \mathbf{b}_5 * N + \mathbf{b}_6 * N * H + \mathbf{b}_7 * \Delta N + \mathbf{b}_8 * \Delta N * H \quad (\text{Formel V. 1})$$

$$\ln(\Delta F) = \ln(\mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 * T + \mathbf{b}_2 * \Delta T + \mathbf{b}_3 * N + \mathbf{b}_4 * \Delta N) + \mathbf{b}_5 * H \quad (\text{Formel V. 2})$$

$$\ln(\Delta F) = \ln(\mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 * T + \mathbf{b}_2 * \Delta T + \mathbf{b}_3 * N + \mathbf{b}_4 * \Delta N) + \mathbf{b}_5 * H^{b_6} \quad (\text{Formel V. 3})$$

$$\Delta F = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 * T + \mathbf{b}_2 * \Delta T + \mathbf{b}_3 * N + \mathbf{b}_4 * \Delta N + \mathbf{b}_5 * H^{b_6} \quad (\text{Formel V. 4})$$

$$\Delta F = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 * T + \mathbf{b}_2 * \Delta T + \mathbf{b}_3 * N + \mathbf{b}_4 * \Delta N + \mathbf{b}_5 * H \quad (\text{Formel V. 5})$$

$$\Delta F = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 * T + \mathbf{b}_2 * \Delta T + \mathbf{b}_3 * N + \mathbf{b}_4 * \Delta N + \exp(\mathbf{b}_5 * H^{b_6}) \quad (\text{Formel V. 6})$$

$$\Delta F = (\mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 * T + \mathbf{b}_2 * \Delta T + \mathbf{b}_3 * N + \mathbf{b}_4 * \Delta N) * \mathbf{b}_5 \exp(\mathbf{b}_6 * H^{b_7}) \quad (\text{Formel V. 7})$$

$$\Delta F = (\mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 * T + \mathbf{b}_2 * \Delta T + \mathbf{b}_3 * N + \mathbf{b}_4 * \Delta N) * \mathbf{b}_5 \exp(\mathbf{b}_6 * H) \quad (\text{Formel V. 8})$$

$$\Delta F = (\mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 * T + \mathbf{b}_2 * \Delta T + \mathbf{b}_3 * N + \mathbf{b}_4 * \Delta N) * \mathbf{b}_5 \exp(H^{b_7}) \quad (\text{Formel V. 9})$$